UCMAULE

REVISTA ACADÉMICA

Talca, Chile, julio-diciembre, 2025. N° 69. I.S.S.N: 0719-9872

Recopilado: 27-05-2025 | Aceptado: 08-10-2025 | Publicado: 20-12-2025

NIVELES DE RESIGNIFICACIÓN DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO EN LA FORMACIÓN DOCENTE: ANÁLISIS DE UN DISEÑO DE MODELACIÓN ESCOLAR

LEVELS OF REDEFINITION OF MATHEMATICAL KNOWLEDGE IN TEACHER TRAINING: ANALYSIS OF A SCHOOL MODELING DESIGN

ESTUDIO

DANIELA SOTO SOTO
Universidad de Santiago de Chile
Santiago, Chile
daniela.soto.s@usach.cl
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0730-8230

JOSÉ LUIS CAAMAÑO OLIVARES
Universidad de Santiago de Chile
Santiago, Chile
jose.caamano@usach.cl
ORCID: https://orcid.org/0009-0009-5255-8560

VALENTINA BELÉN DÍAZ BUSTOS
Universidad de Santiago de Chile
Santiago, Chile
valentina.diaz.b@usach.cl
ORCID: https://orcid.org/0009-0005-7054-1093

Resumen

En un curso de formación inicial de profesores de matemática, cuyo producto final consistió en el diseño de una situación de modelación fundamentada en la teoría socioepistemológica, surge la pregunta: ¿qué resignificaciones emergen en el conocimiento matemático de los/las estudiantes? ¿Y a qué nivel se resignifican? La investigación se enmarca en un enfoque cualitativo descriptivo, utilizando el análisis temático de un caso: el diseño denominado "Gimnasia Matemática", orientado a la resignificación de las funciones trigonométricas. Como herramienta metodológica se empleó el *software* ATLAS.ti para realizar la codificación del documento producido por los estudiantes. Los resultados muestran que los futuros docentes comienzan a articular conocimiento intuitivo y conceptual, exploran el uso de la gráfica con intención argumentativa y reconocen la proporcionalidad y lo trigonométrico como relaciones centrales. Sin embargo, estas resignificaciones aparecen de manera parcial y en distintos niveles: en algunos casos se mantienen en lo incipiente, mientras que en otros se avanza hacia niveles medios, sin consolidarse aún en resignificaciones profundas. La novedad del análisis es que se ha logrado registrar una estructura para categorizar el nivel de resignificación de los futuros profesores de matemática.

Palabras clave: Formación de profesores, modelación, diseños de situaciones, niveles de resignificación.

Abstract

In an initial mathematics teacher training course, whose final product consisted of the design of a modeling situation grounded in socioepistemological theory, the question arises: What resignifications emerge in the mathematical knowledge of the students, and at what level do they resignify themselves? The research is framed within a descriptive qualitative approach, using the thematic analysis of a case: the design called "Mathematical Gymnastics", oriented toward the resignification of trigonometric functions. As a methodological tool, the ATLAS.ti software was used to carry out the coding of the document produced by the students. The results show that the future teachers begin to articulate intuitive and conceptual knowledge, explore the use of the graph with argumentative intent, and recognize proportionality and the trigonometric as central relationships. However, these resignifications appear partially and at different levels: in some cases, they remain incipient, while in others, they advance toward medium levels, without yet consolidating into deep resignifications. The novelty of the analysis is that it has been possible to register a structure to categorize the level of resignification of the future mathematics teachers.

Keywords: Teacher training, modeling, situation designs, levels of resignification.

1. Problemática

La inclusión de la modelación matemática en la formación inicial de profesores constituye una dificultad persistente y ampliamente señalada en la literatura, siendo un componente clave para promover una matemática funcional en la escuela. Diversas investigaciones internacionales han mostrado que los futuros docentes no cuentan con las herramientas necesarias para la enseñanza de la modelación, en gran medida porque no la viven en sus propias experiencias formativas. Como advierte Stillman (2019), "a menudo, los profesores en formación tienen una exposición limitada a tareas de modelación durante su propia formación y carecen del conocimiento didáctico necesario para implementarla en el aula" (p. 12).

En el contexto chileno, Huincahue *et al.* (2018) evidencian que los futuros profesores presentan dificultades importantes al diseñar tareas de modelación, debido a la falta de experiencias formativas sistemáticas y a una visión reducida del conocimiento matemático escolar, centrada en la aplicación de procedimientos antes que en la construcción de significados. De manera complementaria, Vilches *et al.* (2019) muestran que la modelación aparece solo de forma marginal en los programas de Pedagogía en Matemáticas, lo que profundiza la brecha entre la formación universitaria y la práctica escolar.

Esta falta de experiencias formativas tiene consecuencias directas en la práctica profesional: los docentes en servicio se ven obligados a enseñar modelización sin contar con la formación necesaria (Guerrero y Borromeo, 2022). En consecuencia, tanto los profesores en ejercicio como los futuros docentes tienden a reproducir prácticas tradicionales o improvisar estrategias pedagógicas poco eficaces (Andrews y Sayers, 2012; Paolucci y Wessels, 2017, citados en Guerrero y Borromeo, 2022), lo que conlleva errores en los procesos de modelación y en el uso de los contenidos matemáticos (Moreno *et al.*, 2021).

Desde la Teoría Socioepistemológica (TS), esta situación no se explica solo por la falta de estrategias didácticas, sino por la existencia de una epistemología dominante: el discurso matemático escolar (dME), sistema de razón que organiza la enseñanza en torno a definiciones y procedimientos descontextualizados. Este discurso privilegia la repetición de algoritmos y la resolución de problemas rutinarios, invisibilizando los usos del conocimiento y obstaculizando su resignificación (Opazo y Cordero, 2021). Si esta epistemología no es confrontada, la modelación corre el riesgo de reducirse a la emulación de escenarios, sin problematización real del saber matemático.

Para que el profesor pueda rediseñar el dME requiere problematizar el conocimiento matemático, es decir, reconocer los usos con los cuales este saber se puede resignificar. Problematizar implica movilizar distintas dimensiones: lo cognitivo, identificando saberes y obstáculos en el aprendizaje; lo didáctico, analizando las relaciones en el aula; lo epistemológico, recuperando la génesis histórica y los quiebres epistemológicos que han permitido el desarrollo del saber; y lo social, reconociendo los usos del conocimiento matemático en comunidades de conocimiento (Reyes-Gasperini, 2016; Báez *et al*., 2025). Como señala Montiel (2010), rediseñar el discurso escolar no significa seguir algoritmos predefinidos, sino comprender cómo se problematiza el saber, cómo emergen interacciones en el sistema didáctico y cómo se construyen significados colectivos e institucionalizados.

En consecuencia, para transformar las prácticas pedagógicas, en particular, las vinculadas a la modelación, el futuro profesor primero necesita resignificar su propio conocimiento matemático y didáctico.

De esta forma, el diseño de situaciones de modelación aparece como una herramienta didáctica para la formación de profesores la cual propicia la problematización del conocimiento y favorece la resignificación en el saber matemático de los futuros docentes. Esta no debe concebirse como una tarea técnica, sino como una vía formativa que tensiona el dME. De ahí que surge este estudio, desarrollado en el marco de un curso de didáctica del cálculo en la formación inicial de profesores, donde se propone que los futuros docentes problematicen el saber matemático escolar y diseñen situaciones de modelación desde la TS. En particular, en este artículo se analizará una situación de modelación que diseñó un grupo de estudiantes relacionado con la función trigonométrica.

En este contexto se planteó la siguiente pregunta: ¿qué resignificaciones emergen en el conocimiento matemático de estudiantes de Pedagogía al diseñar situaciones de modelación escolar desde la teoría socioepistemológica? ¿Y a qué nivel se resignifican estos conocimientos? En coherencia, el objetivo de la investigación es analizar las resignificaciones del conocimiento matemático evidenciadas en los productos de estudiantes de Pedagogía en Matemáticas tras diseñar situaciones de modelación escolar y su nivel respectivo.

2. Marco teórico

La Teoría Socioepistemológica (TS) surge como una propuesta crítica frente al discurso matemático escolar (dME), entendido como un sistema de razón que regula y legitima la enseñanza de la matemática en la escuela centrado en los objetos matemáticos (Soto y Cantoral, 2014). El dME se ha caracterizado por centrar la enseñanza en definiciones y procedimientos descontextualizados, lo que ha derivado en fenómenos como la exclusión de los estudiantes, la invisibilización de los significados germinales de la construcción del conocimiento matemático, saberes técnicos y populares, y la consolidación de una adherencia institucionalizada que impide cuestionar los argumentos dominantes de la matemática escolar (Cordero *et al*., 2015; Opazo y Cordero, 2021).

Frente a ello, la TS propone una ruptura con el dME al reconocer que el conocimiento matemático es un saber social y cultural que adquiere sentido a través de sus usos en prácticas específicas (Cantoral, 2013; Cordero, 2023). Desde esta perspectiva, el objetivo formativo no es solo transmitir contenidos, sino resignificar el conocimiento matemático, es decir, reconstruir sus significados en función de una epistemología que se recupera de las prácticas humanas.

Los *usos del conocimiento matemático* se entienden como funciones orgánicas que emergen de las prácticas sociales y se manifiestan en las tareas que los sujetos realizan en distintos dominios —matemático, cotidiano o escolar— (Cordero, 2023). En este sentido, el uso no se limita a la aplicación técnica de un procedimiento, sino que se expresa en un argumento para una situación específica. El uso se va desarrollando al confrontar, en una situación específica, lo que en la TS se ha denominado *funcionamiento* y *forma*: la forma alude a cómo se actúa (cómo se calcula, cómo se argumenta), mientras que el funcionamiento responde al para qué le sirve al usuario en un contexto particular (Balda y Buendía, 2024).

En este marco, *resignificar el conocimiento matemático* implica generar nuevas relaciones con el saber, superando la repetición de rutinas escolares y reconociendo otros usos (argumentos epistemológicos). Para Cordero (2023), este proceso ocurre cuando la alternancia de tareas genera nuevas funcionalidades que debaten con los usos. Zaldívar (2014), retomando a Berger y Luckmann (2006), complementa esta visión al situar la resignificación en la tensión entre *mantenimiento de rutinas y crisis epistémicas*: las rutinas conservan significados previos, mientras que las crisis abren posibilidades de quiebre y reconfiguración del conocimiento. Montiel (2010) aporta, además, que resignificar un concepto escolar implica situarlo en nuevas prácticas o confrontar significados previos e insuficientes frente a problemas no rutinarios.

En definitiva, para resignificar el conocimiento matemático es necesario rescatar los usos (argumentos epistemológicos) que han permitido la construcción de conocimiento, pero además se requiere de un proceso que implica el debate entre cómo se transita (forma) y el porqué de este nuevo uso (funcionamiento). Para esto se requiere del quiebre de las rutinas que se tienen sobre los conocimientos matemáticos.

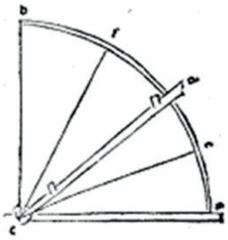
Para dar claridad a estas nociones, a continuación se relata el uso de lo trigonométrico.

2.1 El uso de lo trigonométrico

La trigonometría en la escuela suele reducirse a la aplicación de fórmulas y algoritmos descontextualizados, lo que conduce a concebir las razones trigonométricas como simples divisiones entre lados de un triángulo rectángulo (Montiel, 2011). Este enfoque privilegia un significado proporcional-aritmético, basado en la invariancia de las razones cuando se amplían o reducen los lados de triángulos semejantes (Montiel y Jácome, 2014). Sin embargo, esta perspectiva oculta el trasfondo histórico y epistemológico de lo trigonométrico, vinculado a la necesidad de modelar fenómenos no proporcionales.

Un ejemplo paradigmático se encuentra en el *Almagesto* de Ptolomeo (siglo II d. C.), donde se construyeron las primeras tablas de cuerdas para calcular posiciones astronómicas. En estas representaciones (figura 1), la longitud de la cuerda subtensa por un ángulo central no mantiene una relación proporcional con dicho ángulo, sino que varía de manera no lineal. Este hecho constituye el germen de lo que hoy reconocemos como funciones trigonométricas, mostrando cómo la matemática emergió de una práctica cultural de medición indirecta y predicción de fenómenos celestes.

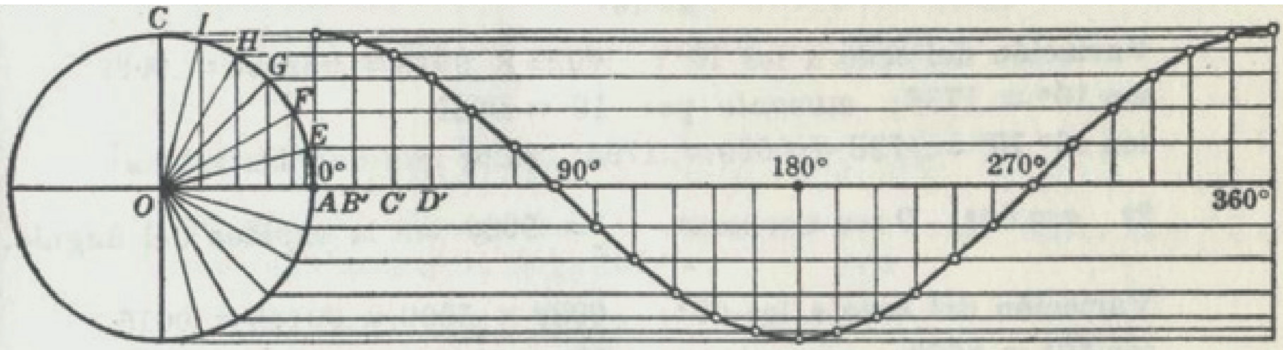
Figura 1. Relación no proporcional entre ángulo y cuerda en el Almagesto de Ptolomeo.



Fuente: Camacho-Ríos (2011).

Desde la TS, Cruz-Márquez y Montiel-Espinosa (2024) plantean la necesidad de resignificar lo trigonométrico en la formación de profesores, es decir, recuperar estos significados y usos germinales que fueron opacados por el dME. En este sentido, la proporcionalidad no desaparece, pero adquiere un papel distinto: se convierte en una herramienta para estudiar relaciones no proporcionales. Así, las funciones seno y coseno —representadas en la figura 2— dejan de ser concebidas únicamente como divisiones de lados, para ser entendidas como modelos de covariación no proporcional entre ángulo y magnitudes (catetos, cuerdas, arcos).

Figura 2. Formalización de la relación no proporcional: seno y coseno en el círculo unitario.



Fuente: Camacho-Ríos (2011).

En coherencia con lo anterior, desde la TS problematizar el saber implica situar un conocimiento escolar en tensión con sus significados institucionalizados, para confrontarlo con los usos y prácticas que le dieron origen y que pueden darle nuevos sentidos (Reyes-Gasperini, 2016). En el caso de lo trigonométrico, problematizar significa cuestionar su enseñanza reducida a proporciones entre lados de triángulos semejantes y reconstruirlo desde su génesis histórica: la necesidad de cuantificar relaciones no proporcionales, como la variación entre ángulo y cuerda en el círculo. Este proceso de problematización abre el espacio para reconocer un uso de los trigonométrico que permita una crisis epistémica (Zaldívar, 2014), y por tanto, resignificar la trigonometría como un saber cultural, articulado con usos de medición indirecta, predicción de fenómenos y representación gráfica.

De este modo, lo trigonométrico se resignifica como un saber cultural y epistémico: un conocimiento nacido en comunidades de conocimiento específicas, de prácticas de observación astronómica y medición indirecta, que puede ser reconstruido en el aula a través de escenarios donde los estudiantes exploren variaciones angulares, reconozcan periodicidad y articulen la gráfica como argumento epistémico. Este tránsito, de lo proporcional a lo no proporcional, constituye el quiebre epistemológico (crisis en términos de Zaldívar, 2014) necesario para superar la enseñanza mecanizada y abrir paso a una comprensión situada de la trigonometría.

2.2 Los usos en las comunidades de conocimiento

Los usos se construyen y cobran sentido en el marco de *comunidades de conocimiento*, entendidas como colectivos que legitiman y dotan de validez al saber matemático a partir de sus prácticas compartidas (Cordero *et al*., 2014; Cordero, 2023). Dichas comunidades se caracterizan por:

- *Localidad*, en tanto los significados emergen de contextos situados, en situaciones específicas.
- *Intimidad*, desarrollan lenguajes y códigos propios, una jerga común.
- *Reciprocidad*, esto asegura la construcción y negociación colectiva de los significados.

La resignificación del conocimiento matemático ocurre cuando los futuros docentes reconocen los usos del conocimiento en comunidades específicas; es aquí donde se generan nuevas funcionalidades que cuestionan las formas instituidas por el dME.

2.3 Usos y modelación escolar

Los trabajos de Magali Méndez han desarrollado la propuesta de la modelación escolar como una categoría construida *ad hoc* para la matemática escolar. Su propósito no es trasladar directamente modelos científicos al aula, sino generar situaciones que permitan movilizar usos del conocimiento matemático en contextos significativos, provocando crisis y abriendo espacios para la resignificación del saber (Méndez *et al*., 2016; Cordero, 2023; Zaldívar, 2014).

Méndez *et al*. (2013) plantean que la modelación escolar se organiza en tres momentos:

a. *Experiencia evocada*, donde se recogen datos significativos del fenómeno.

b. *Análisis de variaciones locales y globales*, representadas en gráficas o tablas.

c. *Ajuste y descripción de comportamientos*, que permiten construir y validar modelos matemáticos.

Este modelo articula distintos usos como: lo variacional, la transformación a partir de comportamientos tendenciales y la graficación como argumento epistémico. Esto muestra que la modelación escolar desde la TS no se limita a representar fenómenos, ni al paso del mundo real al matemático solamente, sino que constituye un dispositivo formativo orientado que requiere integrar diferentes usos del conocimiento matemático, usos que han sido profundamente investigados en el trabajo de Cordero (2023).

El primer momento de la modelación escolar, denominado experiencia evocada, constituye la entrada al fenómeno y el espacio donde los estudiantes recogen datos significativos que les permiten situar el conocimiento matemático en un contexto concreto. Este momento no se limita a observar pasivamente, sino que busca provocar experiencias que activen la relación entre uso, usuario y contexto, de manera que el fenómeno adquiera sentido desde prácticas humanas situadas. En este sentido, la experiencia evocada puede materializarse a través de exploraciones corporales, observaciones experimentales o situaciones de la vida cotidiana que movilizan intuiciones y saberes previos.

El segundo momento se refiere al estudio de la variación. Ferrari y Méndez (2022) proponen niveles de razonamiento covariacional (adaptados de Thompson y Carlson, 2017) que permiten describir cómo los estudiantes piensan la relación entre dos cantidades que varían juntas. Estos niveles progresan desde la coordinación de valores puntuales (Nivel 0 y 1), pasando por la comparación de intervalos y tasas promedio (Niveles 2 y 3), hasta el razonamiento sobre tasas instantáneas y variación continua (Niveles 4 y 5).

Estos niveles de razonamiento covariacional constituyen una herramienta analítica para este estudio, pues permiten observar hasta qué punto los futuros profesores resignifican la variación y la transformación al diseñar situaciones de modelación.

Por último, en el momento de ajuste y descripción de comportamientos, lo que se estudia son situaciones de transformación. Estas derivan de lo que en la TS se denomina *comportamiento tendencial de las funciones* (Cordero, 2023). Estas situaciones constituyen epistemologías que fundamentan la construcción de tareas específicas del cálculo y, en el caso de la formación de profesores, se materializan en los diseños que ellos generan con esa epistemología.

Las transformaciones se concretan en la coordinación entre representaciones gráficas y estructuras algebraicas, a partir de la modificación de parámetros en expresiones del tipo: $Af(ax+b)+B$.

Esta articulación permite distinguir comportamientos característicos de las funciones; en el caso de las trigonométricas, identificar amplitud y periodos, así como traslaciones verticales y horizontales. Por tanto, la transformación de parámetros no se entiende únicamente como un procedimiento algebraico, sino como un recurso epistémico que posibilita a los estudiantes reconocer regularidades y variaciones globales de los fenómenos, provocando crisis epistémicas y favoreciendo la resignificación del saber.

De esta forma, lo central aquí es que estos momentos no son solo fases técnicas, sino que abren la posibilidad de crisis epistémicas (Zaldívar, 2014) que favorecen la resignificación del conocimiento matemático.

2.4 El uso de la gráfica como argumento

En el marco de los usos del conocimiento matemático, la gráfica ocupa un lugar central porque permite articular representaciones, variaciones y comportamientos tendenciales en los procesos de modelación. Suárez y Cordero (2010) han señalado que la gráfica no debe limitarse a ser una ilustración, representación o un recurso didáctico, sino que puede funcionar como un argumento epistémico, es decir, un medio para producir y validar conocimiento matemático.

De manera complementaria, Cordero *et al*. (2010) identifican distintos usos institucionales de la gráfica en la enseñanza de las matemáticas, tales como la distribución de puntos, el análisis geométrico de transformaciones, el estudio del comportamiento de curvas (creciente, decreciente, máximos, mínimos), el cálculo de áreas y volúmenes, y el análisis de información. Estos usos muestran que la gráfica no es un objeto estático, sino que se despliega en una diversidad de prácticas que favorecen la construcción de significados matemáticos y la articulación con distintos objetos (funciones, derivadas, integrales, entre otros).

En la enseñanza escolar, sin embargo, la gráfica suele utilizarse de manera instrumental, como un apoyo visual de fórmulas o procedimientos ya dados. Desde la TS, lo relevante es comprender cómo la gráfica se transforma en un uso matemático que posibilita la resignificación del conocimiento, al permitir que los estudiantes exploren variaciones, identifiquen patrones y construyan generalizaciones a partir de fenómenos situados (Cordero, 2023).

En este sentido, el análisis de los diseños de modelación elaborados por los futuros profesores considerará no solo la presencia de gráficas, sino también el tipo de uso que se hace de ellas: si aparecen como ilustración, si cumplen una función de análisis y organización de la información, o si se integran como argumento para la construcción de conocimiento.

3. Metodología

Esta investigación se enmarca en un enfoque cualitativo de carácter exploratorio-descriptivo, cuyo propósito es analizar las resignificaciones del conocimiento matemático evidenciadas en el diseño de una situación de modelación elaborado por estudiantes de Pedagogía en Matemáticas.

3.1 Selección de la muestra

El estudio se desarrolló en un curso universitario de didáctica del cálculo, en el que participaron 18 estudiantes de Pedagogía y cuya tarea final consistió en diseñar una situación de modelación fundamentada en la TS. Para este artículo se seleccionó un informe grupal bajo el criterio de cumplimiento completo de la rúbrica de evaluación y por su riqueza en evidencias de uso y resignificación del conocimiento matemático.

Esta rúbrica, además de contemplar los elementos de formalidad propios de un informe académico, consideró como criterios centrales:

a. La efectiva problematización de las nociones abordadas en el diseño.

b. La incorporación de los momentos de modelación escolar propuestos en el modelo de Méndez (2022).

c. La elaboración de un análisis *a priori* que incluyera posibles estrategias y obstáculos de los estudiantes.

3.2 Proceso formativo

La unidad de trabajo se extendió por siete semanas (tres módulos de 80 minutos por semana) y contempló cuatro fases progresivas: (i) reconocimiento de una comunidad de conocimiento y de los usos matemáticos en una práctica específica; (ii) problematización de nociones centrales del diseño; (iii) elaboración de una situación de modelación con apoyo de tecnología; y (iv) construcción de un análisis *a priori* del diseño.

3.3 Recolección de datos

El *corpus* que se analiza corresponde al informe escrito por el equipo elegido, el cual se contempla como un documento académico de carácter público dentro del curso.

3.4 Consideraciones éticas

Este estudio corresponde a una investigación de carácter documental, centrada en el análisis de un producto académico generado en un curso universitario. No se recopilaron datos personales ni se realizaron intervenciones con seres humanos. Por este motivo, no se requirió de la aprobación de un comité de ética científico. Cabe destacar que uno de los coautores del diseño analizado participa también como autor del presente artículo. Esta situación se declara abiertamente y fue considerada desde un enfoque de reflexividad ética, resguardando la transparencia, el respeto al contexto formativo y la integridad del análisis.

3.5 Procedimiento de análisis

El trabajo se realizó mediante el *software* ATLAS.ti, siguiendo tres etapas:

a. Codificación axial: se relacionaron fragmentos del informe con categorías iniciales vinculadas al marco teórico (por ejemplo: uso, usuario, contexto, gráfica, variación, lo proporcional, dME).

b. Análisis temático: los códigos fueron agrupados en tres temas emergentes: del cuerpo al modelo, de la gráfica al argumento variacional y crisis del dME de lo trigonométrico. Estos temas permitieron organizar los hallazgos en torno a la pregunta de investigación.

c. Niveles de resignificación: a partir de la frecuencia y profundidad de las relaciones entre códigos y temas, se establecieron tres niveles de resignificación (incipiente, medio, profundo), definidos con base en la literatura socioepistemológica.

A continuación, la tabla 1 operacionaliza los niveles de resignificación a través de sus indicadores.

3.6 Niveles de resignificación

Tabla 1. Niveles de resignificación.

Nivel	Descripción y descriptores	Indicadores
Nivel incipiente	Articulación inicial entre uso del conocimiento, contexto y crítica al dME, sin crisis epistemológicas profundas. Lo trigonométrico se concibe desde un enfoque proporcional-aritmético. La comunidad de conocimiento aparece de forma superficial. Lo variacional se reconoce de forma aritmética y puntual. La gráfica cumple un rol ilustrativo.	1. Uso del lenguaje de la situación específica, comunidades de conocimiento o contexto, pero sin referencia a la forma (cómo) y la funcionalidad (para qué) de las tareas específicas. 2. Uso de las razones trigonométricas como divisiones de lados. Explicaciones centradas en la semejanza de triángulos. 3. Ausencia de referencia a la variación angular o a la no proporcionalidad. 4. Tareas desarticuladas sin crisis. 5. Reconocimiento de cambios discretos o puntuales en cantidades. 6. Variación entendida como simple "más/menos" en los valores. 7. Pocas o ninguna argumentación gráfica que se articule con otras representaciones.

Nivel	Descripción y descriptores	Indicadores
Nivel medio	Articulación parcial entre la crítica al dME con el diseño de modelación escolar y los usos del conocimiento matemático. Lo trigonométrico se reconoce en la covariación entre ángulo y lados/cuerdas, aunque no lo enuncian explícitamente como no proporcional. La comunidad de conocimiento permite argumentar no solo el contexto, sino la situación específica que permite la construcción de conocimiento. Los usos de la variación y transformación se desarrollan comparando intervalos/tasas promedio, y sin quiebres epistemológicos profundos en los diferentes momentos del diseño. La gráfica se usa con intención argumentativa para mostrar aspectos cualitativos de la función trigonométrica como la periodicidad.	8. Identificación de curvas seno y coseno en la relación ángulo-fuerza o ángulo-cuerda. 9. Reconocimiento de periodicidad (360°) y desfases. 10. Utilización del lenguaje y los significados propios de la comunidad de conocimiento. 11. Articulación entre los diferentes momentos del diseño a partir de crisis. 12. Comparación de intervalos y aproximaciones de manera discreta, reconociendo que el comportamiento no es lineal. 13. Se analizan los comportamientos periódicos de manera puntual y/o por intervalos. 14. Uso parcial de la gráfica para argumentar, identificando comportamientos periódicos y no lineales. 15. Uso de la gráfica con intención argumentativa, pero aún con un uso no explícito.
Nivel profundo	Resignificación profunda del conocimiento matemático a partir del uso del conocimiento matemático. Se comprende lo trigonométrico como un saber que nace de la necesidad de cuantificar una relación no proporcional (ángulo-cuerda, ángulo-cateto). La intimidad, localidad y reciprocidad dan significación a la situación de modelación. Articulación de experimentación, variación continua y no lineal, y transformación a partir de cambios de parámetros, evidenciando crisis epistémicas profundas. Se usa la gráfica como un argumento epistémico que permite la construcción de lo trigonométrico.	16. Crítica explícita al discurso matemático escolar integrado al diseño. 17. Identificación de curvas seno y coseno en la relación ángulo-fuerza o ángulo-cuerda. 18. Reconocimiento de periodicidad (360°) y desfases. 19. Reconocimiento explícito de la variación continua y de la covariación no lineal. 20. Articulación entre los elementos de la comunidad de conocimiento con el estudio de la variación y la transformación, desarrollando crisis de un momento al otro. 21. Uso de transformaciones para explicar comportamiento tendencial periódico. 22. Progresión clara de tareas y los quiebres epistemológicos o crisis. 23. Integración de la gráfica como un argumento que permite construir conocimiento.

Fuente: elaboración propia a partir de Suárez y Cordero (2010), Cordero *et al*. (2010), Cordero *et al*. (2014), Cordero (2023), Montiel (2011), Montiel y Jácome (2014), Zaldívar (2014), Méndez (2022) y Ferrari y Méndez (2022). Los niveles de razonamiento covariacional (Ferrari y Méndez, 2022) se articularon con lo variacional: el nivel incipiente corresponde a cambios puntuales (Niveles 1-2), el nivel medio a tasas promedio e intervalos (Niveles 2-3), y el nivel profundo a covariación continua y tasa instantánea (Niveles 4-5).

4. Diseño y análisis

Se presentan extractos del informe final que desarrollaron los estudiantes, dividido en tres momentos: reconocimiento de la comunidad, problematización del saber y diseño con análisis *a priori*.

4.1 Primer momento: reconocimiento de una comunidad

La figura 3 presenta el diseño de situación de modelación de Caamaño, Olivera y Venegas (s/a).

Figura 3. Reconocimiento de la comunidad *fitness* que desarrollan los estudiantes.

La comunidad Fitness

Dentro de la comunidad fitness, especialmente aquellos que asisten al gimnasio con el objetivo de ganar masa muscular para verse mejor y sentirse saludable denominados *gymrats*, es común realizar ejercicios de fuerza en poleas, como extensión de tríceps, remo al cuello, remo en polea baja, entre otros. Las personas que están dentro de esta comunidad experimentan un fenómeno, dependiendo de "la posición de la polea respecto al levantamiento" del peso, se requiere más o menos fuerza para realizar un ejercicio, incluso los más fuertes tienen que bajar el peso en algunas ocasiones.

En el núcleo de la comunidad fitness -específicamente entre entusiastas del entrenamiento con poleas (coloquialmente llamados *gymrats*)- emerge una práctica matemática implícita. Estos deportistas, enfocados en hipertrofia muscular y bienestar físico, realizan ejercicios como extensiones de tríceps o remos en polea, donde experimentan un *fenómeno biomecánico clave*: la fuerza requerida varía según el ángulo de tracción respecto a la polea, incluso obligando a atletas expertos a reducir carga en posiciones específicas.

Durante este diseño didáctico se explorará este fenómeno a través de un applet interactivo en GeoGebra que simula el uso de poleas en ejercicios de levantamiento, con el propósito de construir y comprender las funciones trigonométricas y sus variaciones a partir de la experiencia corporal de los estudiantes.

Esta perspectiva permite comprender cómo, a partir de la práctica cotidiana en la comunidad fitness, se configuran formas propias de construir y significar el conocimiento matemático. A continuación, se analizan los aspectos de localidad, intimidad y reciprocidad que caracterizan la manera en que este grupo vive y resignifica las funciones trigonométricas en su contexto.

Localidad: Dentro de la comunidad de *gymrats*, la trigonometría no se aborda de manera abstracta, sino que emerge y se resignifica mediante la práctica concreta del entrenamiento con poleas. Los significados locales que construyen estos deportistas provienen de la experiencia sensorial directa: asocian conceptos como "vector de fuerza" con "tensión muscular", "ángulo óptimo" con "posición de máxima eficiencia", y "descomposición de fuerzas" con la sensación física de resistencia variable. Así, la trigonometría adquiere un significado situado en el contexto de sus cuerpos en movimiento, donde el saber matemático se valida no por axiomas formales sino por la eficacia en la optimización del ejercicio.

Intimidad: Los *gymrats* desarrollan una jerga íntima y específica que, sin saberlo, encapsula conceptos trigonométricos fundamentales. Términos como "punto de máxima tensión", "curva de resistencia", "ángulo muerto" o "progresión de carga" constituyen un lenguaje propio mediante el cual comunican y ponen en uso conocimientos matemáticos implícitos. Esta intimidad conceptual les permite ajustar instintivamente variables como "inclinación del banco", "altura de la polea" o "posición del torso" basándose en una comprensión corporeizada de relaciones trigonométricas, sin necesidad de formalizaciones académicas.

Reciprocidad: En esta comunidad existe un interés mutuo por construir y compartir conocimiento sobre la optimización del entrenamiento. Los *gymrats* colaboran intercambiando observaciones sobre cómo diferentes ángulos afectan el rendimiento, experimentan colectivamente con variaciones en las posiciones de las poleas, y generan consensos sobre técnicas eficaces. Esta construcción social del conocimiento trigonométrico aplicado refleja un compromiso compartido por entender las matemáticas funcionales que subyacen a su práctica, aunque no se articulen explícitamente como tales.

4.2 Segundo momento: problematización

La figura 4 presenta el diseño de situación de modelación de Caamaño, Olivera y Venega (s/a) para la problematización.

Figura 4. Problematización desde lo cognitivo, didáctica, epistemológico y social que desarrollan los estudiantes.

Problematización

La investigación de Maknun, Rosjanuardi y Jupri (2022) identifica diversas problemáticas y obstáculos en la enseñanza y el aprendizaje de las funciones trigonométricas, los cuales pueden sintetizarse en los siguientes puntos clave:

- Asociación limitada de valores trigonométricos: Los estudiantes tienden a asociar los valores trigonométricos solo con ángulos específicos (como 30°, 45° o 60°), limitando su comprensión del seno y coseno como funciones continuas. Como señalan los autores: "los estudiantes tienden a restringir los valores del seno a 0, 1/2, $1/2\sqrt{2}$, $1/2\sqrt{3}$ y 1" (Maknun et al., 2022).
- Problemas con el sistema de radianes: Existe una confusión generalizada sobre la naturaleza y el uso de radianes. Los estudiantes no reconocen adecuadamente el valor de π en contextos trigonométricos, llegando incluso a asignarle valores diferentes según el contexto.
- Aplicación mecánica de procedimientos: Los estudiantes convierten ángulos entre radianes y grados siguiendo algoritmos memorizados, sin comprender los fundamentos geométricos de estas conversiones.
- Dificultad con ángulos en diferentes cuadrantes: Se observaron problemas significativos para determinar valores trigonométricos fuera del primer cuadrante, especialmente al ordenar y comparar valores como $\sin\alpha$, $\sin\beta$ y $\sin\theta$ en distintos cuadrantes.
- Problemas de representación gráfica: Los estudiantes presentan dificultades para identificar coordenadas en gráficos trigonométricos, particularmente cuando se utilizan radianes. Por ejemplo, confunden la coordenada $(\pi, -1)$ con $(5, -1)$.
- Transferencia incorrecta de propiedades algebraicas: Aplican propiedades algebraicas a funciones trigonométricas de manera incorrecta, como asumir que $\sin(mx) = m\cdot\sin(x)$.
- Transición problemática entre concepciones: La mayor dificultad identificada es el paso de comprender las razones trigonométricas en triángulos rectángulos a entenderlas como funciones en el círculo unitario y posteriormente como funciones reales.

Así, al verse la enseñanza de estos conceptos limitada principalmente al registro algebraico, se generan importantes obstáculos epistemológicos, evidenciando una desconexión entre registros que: impide la transferencia de conocimientos a nuevos contextos, limita la capacidad de modelación de fenómenos físicos, y perpetua errores conceptuales. A diferencia de cuando los estudiantes pueden observar cómo cambia una curva al modificar sus parámetros locales y globales, para así desarrollar una comprensión intuitiva y profunda de estos conceptos matemáticos, facilitando la transición desde las razones trigonométricas básicas hacia funciones periódicas complejas.

4.3 Tercer momento: diseño y análisis

Esta sección discute el diseño de situación de modelación y presenta un análisis a priori antes de analizar los resultados del estudio.

4.3.1 Diseño de situación de modelación

Se presenta una situación matemática en la que los estudiantes utilizan GeoGebra para modelar el uso de poleas en un gimnasio, explorando cómo la trigonometría afecta la fuerza ejercida al levantar pesas (figura 5). A través de la manipulación del modelo interactivo, los estudiantes observarán cómo los ángulos formados por los cables y la disposición de las poleas influyen en la fuerza necesaria para levantar el peso. Sin necesidad de institucionalizar formalmente el objeto matemático, los estudiantes llegarán a conclusiones sobre las funciones trigonométricas que subyacen, desarrollando una comprensión intuitiva de cómo la trigonometría se aplica en situaciones prácticas.

Figura 5. Diseño que presentan los estudiantes.

Gimnasia Matemática

Para hacer ejercicios mediante poleas, uno puede realizar fuerzas en distintas direcciones según el ejercicio que se quiera realizar o el músculo que se requiera trabajar tal como se muestra en la imagen, en estas situaciones nos vemos enfrentados ante distintas máquinas y pesos, pero ¿Sabes cómo afectan a la fuerza resultante? A continuación, entenderemos mediante objetos matemáticos cómo funcionan las fuerzas para mantener un peso en estado de reposo.

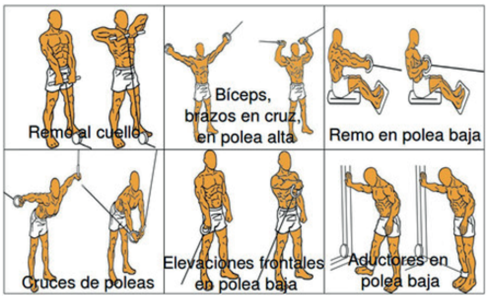


Imagen adaptada de 'Ejercicios con poleas', por Wikimedia Commons, s.f. (https://commons.wikimedia.org/)

Entre al GeoGebra (LINK), en este, se muestra una representación poleas donde existe una fuerza F que logra mantener el reposo entre la polea O y el peso M. En este, además, se muestran las magnitudes de la fuerza horizontal (F_x) y vertical (F_y).

a. ¿Qué factores pueden afectar a la magnitud de estas fuerzas? Represente los objetos que identifique en su cuaderno.
b. Mueva el deslizador hasta que quede perpendicular a la cuerda del peso y responda ¿qué ocurrió con las magnitudes F_x y F_y? ¿Qué significan estos valores?
c. Moviendo el deslizador, represente una cantidad significante de puntos en dos gráficas, donde en una muestre a F_x y en otra a F_y (ambas en las ordenadas). ¿Qué características tienen estas curvas?

2. Basado en lo desarrollado especule:

a. Suponga que se está realizando "Remo al cuello", y luego le da una vuelta a la cuerda en torno a la polea y vuelve a realizar el ejercicio, considerando un entorno con roce despreciable ¿Realizará la misma fuerza? Si cambia la dirección en que aplica la fuerza ¿Cómo será la magnitud de fuerza en comparación con antes de darle la vuelta mencionada?
b. Observe la gráfica que realizó ¿Qué comportamiento espera que sigan estas curvas hacia la derecha? ¿Y hacia la izquierda? ¿Tiene un nombre este comportamiento?

3. Situándonos en distintos escenarios que podrían ocurrir responda:

a. Si para mantener el estado de reposo ahora necesitamos el triple de fuerza ¿Cómo se verán afectadas F_x y F_y? ¿Entre qué valores fluctúan ahora?
b. Si estoy en una máquina que me indica el grado de inclinación de la fuerza que aplico, pero esta está defectuosa con una diferencia de 45° antihorario (es decir, me dice 45° más de los que realmente estoy) ¿cómo se verían las gráficas de F_x y F_y respecto al ángulo que indica la máquina?

Fuente: diseño de situación de modelación de Caamaño, Olivera y Venegas (s/a).

4.3.2 Análisis *a priori*

A continuación, se presenta el análisis *a priori* (figuras 6, 7 y 8) que desarrollan los estudiantes sobre el diseño, explicitando la respuesta ideal de cada pregunta, las posibles estrategias y obstáculos.

Figura 6. Análisis *a priori* del primer momento del diseño.

	Respuesta Ideal	Posibles respuestas, estrategias y obstáculos
1.a)	Los ángulos de inclinación y depresión, la magnitud y sentido del vector F. Además, se pueden identificar los triángulos que conforman la suma de vectores que es el vector F resultante.	**Posible respuesta de los estudiantes**: "Los ángulos y la fuerza que se aplica afectan las fuerzas. Los triángulos que se forman también afectan la fuerza. El peso M". Los estudiantes pueden tener dificultades para identificar cómo los ángulos y vectores interactúan y afectan la magnitud de las fuerzas, especialmente si no tienen una comprensión total de los vectores. En este caso puede ayudar el recordar las características de un vector, como la dirección, con tal de que se vean de forma más evidente los triángulos, o entregar pistas con respecto a la importancia de los triángulos que se forman.
1.b)	F_x llegó a coincidir con F, mientras que F_y llegó a ser cero. Esto significa que la fuerza se está realizando netamente de manera horizontal, por lo que la fuerza vertical es nula.	**Posible respuesta de los estudiantes**: "F_x es igual a la fuerza total y F_y es cero porque la cuerda está horizontal". En este ejercicio lo ideal es que el estudiante realice este movimiento del vector en sentido horario, en el caso de hacerlo en sentido contrario, puede provocar confusiones con respecto a valores negativos siendo un obstáculo para la comprensión, pero se puede explicar de que esté negativo en este contexto tan solo implica que el vector apunta al lado contrario con respecto al inicial con apoyo del applet.
1.c)	Representando gráficamente, de hacerse correctamente la gráfica F_x vs. Rad debería ser (o aproximarse a) la gráfica de coseno, mientras que en la gráfica de F_y vs. Rad debería asemejarse al seno. Ambas únicamente en los cuadrantes I y IV. Lo destacable de estas curvas es que llegan a ser negativas (lo que hace sentido en física pues muestra un cambio de sentido) y que fluctúan entre -1 y 1.	**Posible respuesta de los estudiantes**: "La gráfica de F_x se parece a una ola que sube y baja, y la de F_y también, pero de manera diferente." **Obstáculo**: Los estudiantes podrían no reconocer las formas de las curvas como representaciones de las funciones seno y coseno, o no entender el significado de los valores negativos. También existe la confusión con los radianes, la idea es que grafiquen en radianes para que sea evidente la forma de la gráfica, pero puede ser un obstáculo para muchos que no tengan reforzado la unidad de medida en radianes. **Estrategia**: Explicar el significado de los valores negativos en el contexto de dirección de la fuerza. Se puede utilizar un enfoque visual para resaltar las similitudes entre las curvas generadas y las funciones trigonométricas. Explicitar la importancia del uso de los radianes.

Fuente: diseño de situación de modelación de Caamaño, Olivera y Venegas (s/a).

Figura 7. Análisis *a priori* del segundo momento del diseño.

2.a)	Sí, se realizará la misma fuerza. Las magnitudes en distintos ángulos una vez dada la vuelta a la polea, es decir, la fuerza F_x o F_y en α grados, será la misma que en $\alpha + 360°$.	**Posible respuesta de los estudiantes**: "La fuerza será parecida, pero no estoy seguro si es la misma después de darle la vuelta." **Obstáculo**: Los estudiantes pueden no entender completamente el concepto de periodicidad y cómo un ángulo de 360° no afecta la magnitud de la fuerza. Puede ser un poco rebuscado el asociar "que de una vuelta completa" con que "se repita el proceso" y finalmente notar que la función se repite constantemente para llegar a la idea de periodicidad. Junto con esto, la cercanía a la realidad puede llevar a pensar al estudiante que la cuerda va a generar roce con si misma al darle una vuelta a la polea, por lo que se resalta la importancia de especificar que es un ambiente libre de roce. **Estrategia**: Utilizar GeoGebra para que los estudiantes experimenten con diferentes ángulos y observen que la fuerza se repite cuando se da una vuelta completa. Explicar el concepto de periodicidad en términos simples, utilizando la simulación para reforzar el aprendizaje.
2.b)	Hacia ambos lados se espera que se comporten de forma cíclica repitiendo el patrón ya graficado. Esto en matemática se conoce como comportamiento periódico.	**Posible respuesta de los estudiantes**: "Las curvas deberían repetirse de la misma manera hacia ambos lados." **Obstáculo**: Los estudiantes podrían no entender completamente el término "periódico" y cómo se aplica a las funciones trigonométricas. Además, puede ocurrir que no se entienda lo que es un ángulo negativo y se llegue al pensamiento que este objeto tiene dominio únicamente en los reales positivos incluyendo el cero. **Estrategia**: Usar GeoGebra para mostrar cómo las curvas se repiten cuando se grafican a lo largo de un mayor rango de ángulos. Explicar de manera clara y sencilla el concepto de periodicidad, utilizando ejemplos de la vida real, como el movimiento circular, para hacer el concepto más accesible. Y finalmente, explicar que de manera análoga a los vectores, un ángulo negativo significa que se está aplicando en el sentido contrario.

Fuente: diseño de situación de modelación de Caamaño, Olivera y Venegas (s/a).

Figura 8. Análisis *a priori* del tercer momento del diseño.

3.a)	F_x y F_y se verán afectadas en la misma razón que sea afectada F, en este caso como es el triple de F, las fuerzas que la componen también se triplicarán, por lo que ahora ambas fluctúan entre -3 y 3.	**Posible respuesta de los estudiantes**: "Las fuerzas F_x y F_y serán más grandes, pero no estoy seguro cuánto más grandes." **Obstáculo**: Los estudiantes pueden no comprender la relación proporcional directa entre la magnitud de la fuerza total y las componentes F_x y F_y. **Estrategia**: Hacer que los estudiantes ajusten la magnitud de la fuerza y observar cómo se modifican las componentes F_x y F_y. Explicar el concepto de proporcionalidad y cómo se aplica en este contexto, mostrando ejemplos concretos y comparando. Como último recurso, se puede hacer entender mediante razones trigonométricas el cómo se construyen las fórmulas de F_x y F_y.
3.b)	Como 45° es equivalente a $\frac{\pi}{4}$ rad, y esos son grados adicionales en los que no estoy situado, para contrarrestar esta situación nuestra gráfica será desplazada horizontalmente hacia la izquierda la cantidad de radianes especificada.	**Posible respuesta de los estudiantes**: "Las gráficas estarán un poco desalineadas porque la máquina no mide bien el ángulo." **Obstáculo**: Los estudiantes podrían no entender cómo un error en el ángulo afecta el desplazamiento de las gráficas de F_x y F_y. **Estrategia**: Usar GeoGebra para que los estudiantes puedan visualizar cómo se desplazan las gráficas cuando se introduce un error angular. Explicar el concepto de desfase y cómo una alteración en el ángulo se traduce en un desplazamiento horizontal de las gráficas. Además, se puede pedir a los estudiantes que experimenten con diferentes ángulos y comparen los resultados para fortalecer su comprensión.

Fuente: diseño de situación de modelación de Caamaño, Olivera y Venegas (s/a).

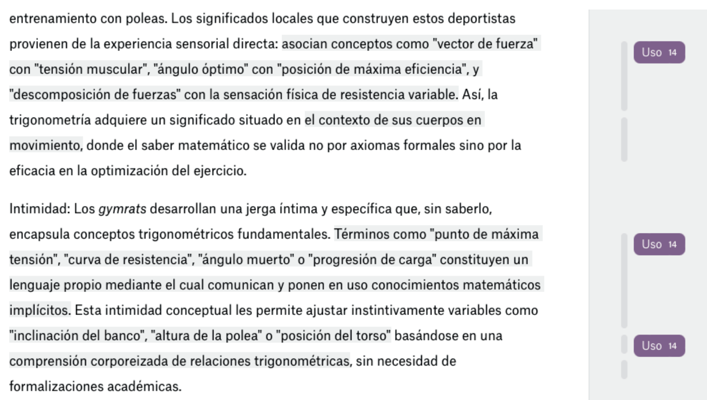
5. Resultados

En esta sección se presenta la interpretación cualitativa del diseño didáctico "Gimnasia Matemática", a partir del análisis temático de las citas codificadas en ATLAS.ti. Se organizaron los códigos en torno a temas emergentes que permiten evidenciar el estado del procesos de resignificación de objetos trigonométricos desde una perspectiva socioepistemológica.

5.1 Primera etapa: codificación axial

Para el análisis de los códigos del informe escrito entregado por los estudiantes, se destacaron las citas que se asocian a un código preestablecido o emergente (figura 10).

Figura 9. Imagen de la codificación en ATLAS.ti.


entrenamiento con poleas. Los significados locales que construyen estos deportistas provienen de la experiencia sensorial directa: asocian conceptos como "vector de fuerza" con "tensión muscular", "ángulo óptimo" con "posición de máxima eficiencia", y "descomposición de fuerzas" con la sensación física de resistencia variable. Así, la trigonometría adquiere un significado situado en el contexto de sus cuerpos en movimiento, donde el saber matemático se valida no por axiomas formales sino por la eficacia en la optimización del ejercicio.

Intimidad: Los *gymrats* desarrollan una jerga íntima y específica que, sin saberlo, encapsula conceptos trigonométricos fundamentales. Términos como "punto de máxima tensión", "curva de resistencia", "ángulo muerto" o "progresión de carga" constituyen un lenguaje propio mediante el cual comunican y ponen en uso conocimientos matemáticos implícitos. Esta intimidad conceptual les permite ajustar instintivamente variables como "inclinación del banco", "altura de la polea" o "posición del torso" basándose en una comprensión corporeizada de relaciones trigonométricas, sin necesidad de formalizaciones académicas.

Uso 14

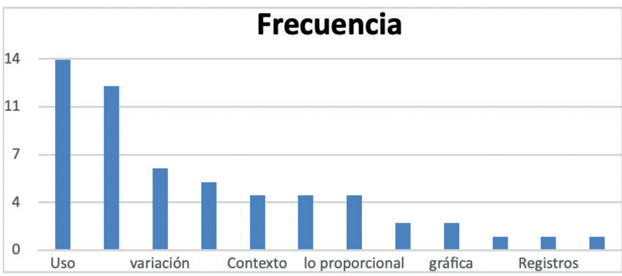
Uso 14

Uso 14

Fuente: codificación propia elaborada en ATLAS.ti.

Posteriormente se registran las frecuencia de los códigos en la figura 10:

Figura 10. Gráfico de frecuencia de los códigos.



Fuente: elaboración propia a partir de los resultados de la codificación.

5.2 Segunda etapa: inferencia de temas

En la tabla 3, se agrupan los códigos en tres temas que emergen de la coherencia interna del informe.

Tabla 3. Frecuencia de códigos por tema.

Tema	Código	Frecuencia	Total de citas asociadas al tema
Del cuerpo al modelo	Uso	14	23
	Contexto	4	
	Modelación	4	
	Usuario	1	
De la gráfica al argumento variacional	Variación	6	15
	Lo periódico	5	
	Gráfica	2	
	Registros	1	
	Traslación	1	
Crisis del dME de lo trigonométrico	Dificultades	12	18
	Lo proporcional	4	
	dME	2	

5.2.1 Tema 1: del cuerpo al modelo

Estos códigos se refieren a cómo los estudiantes reconocen el uso de lo trigonométrico en una comunidad de conocimiento y en una situación específica. Desde la teoría socioepistemológica, hablar de "uso", "usuario" y "contexto" implica considerar el saber desde una práctica brindando significados funcionales. Estos códigos se articulan directamente con la idea de modelar desde una experiencia corporal, por lo tanto, corresponde al tema que analiza cómo se pasa de lo situacional a lo matemático. Este tema muestra cómo los estudiantes resignifican el concepto de ángulo y fuerza a partir de la experiencia corporal. El cuerpo se convierte en herramienta de observación, permitiendo que las nociones matemáticas adquieran un sentido en su uso.

5.2.2 Tema 2: de la gráfica al argumento variacional

Estos códigos emergen cuando los estudiantes usan la gráfica para observar comportamientos y patrones. No son simples descripciones; son intentos por construir una explicación o modelo del fenómeno a partir del análisis de cambios. Este tema revela que la gráfica no se considera solo una representación, sino un argumento que permite la construcción de conocimiento a través de los usos; el estudio de la variación, la translación y la periodicidad.

5.2.3 Tema 3: crisis del dME de lo trigonométrico

Aquí los estudiantes evidencian dificultades en la comprensión, representación o formalización del contenido. Estas dificultades no se leen como errores individuales, sino como efectos del dME. Además, se alinea con los hallazgos de Montiel y Jácome (2014), reconociendo la importancia de la argumentación de lo trigonométrico con lo proporcional. Estos códigos tensionan al dME tradicional con una nueva forma de construir el conocimiento matemático.

5.3 Tercera etapa: análisis temático

En esta etapa se desarrolla el análisis temático del diseño de los futuros profesores de matemática y se interpretará el estado de la resignificación a la luz de los niveles descritos con anterioridad. Para determinar el nivel de cada tema se utilizará el criterio de establecer el nivel final de acuerdo al nivel más bajo encontrado en las codificaciones.

5.3.1 Tema 1: del cuerpo al modelo

En este tema se destacan las siguientes citas:

- Comprender las funciones trigonométricas y sus variaciones a partir de la experiencia corporal de los estudiantes.
- Asocian conceptos como “vector de fuerza” con “tensión muscular”, “ángulo óptimo” con “posición de máxima eficiencia”, y “descomposición de fuerzas” con la sensación física de resistencia variable.
- Ajustar instintivamente variables como “inclinación del banco”, “altura de la polea” o “posición del torso”, basándose en una comprensión corporeizada de relaciones trigonométricas.

El código “Uso” (mayor número de citas) evidencia que los futuros profesores no partieron del objeto matemático para construir la noción de ángulo, fuerza o función trigonométrica, sino desde una comunidad de conocimiento y una situación específica. Esto corresponde al descriptor b (comunidad de conocimiento) y a los indicadores de localidad, intimidad y reciprocidad, ya que los significados funcionales se construyen desde el reconocimiento de la práctica *fitness*. Según la tabla, este aspecto se ubica en un nivel profundo, pues rompe con la lógica descontextualizada del dME y resignifica el conocimiento matemático desde su uso situado (Cordero, 2023).

El código "Modelación" y "Contexto" muestran un esfuerzo por articular datos, representaciones gráficas y vínculos con el fenómeno, en línea con el primer momento de la modelación escolar (Méndez, 2022). Sin embargo, el diseño no provoca quiebres epistémicos en el sentido de Zaldívar (2014): se emplea una *forma* (graficar funciones, el cómo), pero no se explicita la *funcionalidad* (para qué), como distinguir lo no proporcional en las funciones trigonométricas. Este aspecto se relaciona con el descriptor a (lo trigonométrico) y el c (variación), ambos situados en un nivel medio, ya que se mantiene en lo proporcional-aritmético y en la variación puntual.

En síntesis, el tema refleja un nivel medio de resignificación: se reconocen usos funcionales y la comunidad como mediadora epistémica (profundo en b), pero la ausencia de crisis y la no explicitación de la no proporcionalidad (a, c) impiden alcanzar un nivel profundo. No obstante, los hallazgos muestran una tendencia positiva hacia una resignificación más robusta.

5.3.2 Tema 2: de la gráfica al argumento variacional

En este tema se destacan las siguientes citas:

- Promueve el análisis de comportamientos locales (valores específicos de fuerza) y su integración en patrones globales (periodicidad, amplitud), desarrollando una comprensión más completa.
- Hacia ambos lados se espera que se comporten de forma cíclica repitiendo el patrón ya graficado. Esto en matemática se conoce como comportamiento periódico.

Las citas muestran que los estudiantes promueven el análisis de comportamientos locales (valores específicos de fuerza) e intentan integrarlos en patrones globales como la periodicidad y la amplitud. Esto se relaciona con el descriptor c (variación), donde se reconoce el cambio local y global, aunque todavía desde una lógica discreta y sin consolidar la idea de covariación continua y no lineal. En este sentido, el nivel alcanzado corresponde a medio, ya que se avanza más allá del "más/menos" de valores puntuales (indicador del nivel incipiente), pero sin llegar a explicitar el tránsito hacia la no proporcionalidad.

Respecto a la gráfica (descriptor d), los estudiantes intentan usarla como recurso argumentativo para explorar comportamientos del fenómeno, superando su función ilustrativa propia del dME. Sin embargo, el uso sigue siendo parcial: la gráfica aparece como apoyo, pero no se consolida como argumento epistémico robusto (Cordero *et al*., 2010). Esto ubica el trabajo en un nivel incipiente, pues la intención argumentativa no logra formalizarse ni sostener inferencias profundas.

El código "Lo periódico" confirma esta interpretación: aunque se identifican repeticiones en los fenómenos, no se reconoce formalmente la periodicidad como propiedad de las funciones trigonométricas, ni se vincula con la no proporcionalidad (descriptor a). Este aspecto se mantiene en un nivel incipiente, al no trascender de la descripción intuitiva hacia un argumento matemático.

En conjunto, el tema 2 refleja una resignificación en nivel incipiente: se reconoce la importancia de la variación y la periodicidad, y la gráfica comienza a ser concebida como algo más que una ilustración, pero la ausencia de continuidad, de referencia a la covariación no lineal y de crisis epistémicas limita el tránsito hacia niveles más profundos de resignificación.

5.3.2 Tema 3: crisis del dME de lo trigonométrico

En este tema se destacan las siguientes citas:

- Los ejercicios tienden a ser mecanizados.
- El movimiento del vector en sentido horario, en el caso de hacerlo en sentido contrario, puede provocar confusiones con respecto a valores negativos, siendo un obstáculo para la comprensión.
- Los estudiantes pueden no comprender la relación proporcional directa entre la magnitud de la fuerza total y las componentes.

El código "Dificultades", uno de los más frecuentes, evidencia cómo los futuros profesores reconocen los obstáculos que provienen del modo en que el saber escolar ha sido institucionalizado. Las citas muestran que identifican ejercicios mecanizados, dificultades en la interpretación de vectores y confusiones con signos, lo cual no es leído como error individual, sino como efecto dME. Esto se alinea con el descriptor c (crisis epistémicas), pues supone reconocer que las rutinas impuestas por el dME generan quiebres que deben ser problematizados (Zaldívar, 2014). En este sentido, el nivel de resignificación es profundo, ya que implica una ruptura con la lógica de culpabilizar al estudiante y desplaza la mirada hacia el sistema escolar y sus prácticas.

En el caso del código "Lo proporcional", las citas se sitúan en un plano más limitado: los estudiantes reconocen la relación directa entre fuerza total y componentes, lo que corresponde a un tratamiento proporcional-aritmético del saber trigonométrico. Este aspecto se relaciona con el descriptor a (lo trigonométrico) y evidencia un nivel incipiente de resignificación, pues no se tematiza la no proporcionalidad como núcleo del objeto. Sin embargo, el reconocimiento de periodicidades, desfases e identificación parcial de curvas seno/coseno refleja un tránsito hacia un nivel medio, ya que se comienza a vincular lo proporcional con comportamientos variacionales, aunque sin explicitar la ruptura epistemológica necesaria.

En síntesis, el tema 3 combina un nivel profundo en el código "Dificultades" (al reconocer críticamente el peso del dME) con un nivel incipiente-medio en el código "Lo proporcional" (al mantener un enfoque aritmético con avances parciales hacia lo variacional). Por ello, el nivel global del tema se establece como medio, coherente con los criterios de la tabla de descriptores e indicadores.

Para cerrar este análisis de resultados se expone la siguiente tabla de resumen de los niveles por tema:

Tabla 4. Niveles de resignificación por tema.

Tema	Código	Nivel del código	Nivel del tema
1	Uso/Contexto/Usuario	Profundo	Medio
	Modelación	Medio	
2	Variación	Medio	Incipiente
	Gráfica	Incipiente	
	Lo periódico	Incipiente	
3	Dificultades/dME	Profundo	Medio
	Lo proporcional	Medio	

Nota: el nivel del tema corresponde al nivel más bajo de los códigos que lo integran, con el fin de resguardar la coherencia entre las dimensiones analizadas.

6. Discusión

Los resultados muestran que los futuros profesores lograron tensionar parcialmente el discurso matemático escolar (dME) a través de sus diseños de modelación, aunque con trayectorias diferenciadas según los descriptores de la tabla de niveles.

6.1 Tema 1 (Del cuerpo al modelo)

El uso de la comunidad *fitness* como referente permitió situar el conocimiento trigonométrico en una comunidad específica, movilizando los indicadores de localidad, intimidad y reciprocidad (Cordero, 2023). Sin embargo, aunque los estudiantes articularon contexto, usuario y uso, la ausencia de crisis epistémicas en el diseño (Zaldívar, 2014) limitó la resignificación al nivel medio, ya que no se explicitó la no proporcionalidad como eje del objeto trigonométrico.

6.2 Tema 2 (De la gráfica al argumento variacional)

Se observaron avances en el reconocimiento de análisis locales y globales en las gráficas, lo que se relaciona con los indicadores de variación y transformación (Méndez, 2022). No obstante, la gráfica se mantuvo en gran medida en un rol ilustrativo (Cordero *et al.,* 2010), sin consolidarse como argumento epistémico. Además, la periodicidad fue identificada de forma intuitiva, pero no formalizada ni vinculada a la no proporcionalidad de lo trigonométrico. Estos aspectos ubican al tema en un nivel incipiente, coherente con la falta de explicitación de la covariación continua y no lineal (Ferrari y Méndez, 2022).

6.3 Tema 3 (Crisis del dME de lo trigonométrico)

Los futuros profesores mostraron un reconocimiento crítico de las dificultades derivadas del dME (Opazo y Cordero, 2021), lo que refleja un nivel profundo en el descriptor de crisis, al desplazar la mirada desde los errores individuales hacia los efectos del discurso escolar. Sin embargo, en el descriptor a (lo trigonométrico), los estudiantes se mantuvieron en un enfoque proporcional-aritmético, con avances parciales hacia la covariación, pero sin tematizar la ruptura epistemológica entre lo proporcional y lo trigonométrico (Montiel, 2011). Esto justifica su categorización en *un nivel medio.*

En conjunto, los tres temas muestran que la resignificación no ocurre de manera homogénea: mientras en algunos aspectos se alcanzan niveles profundos (crítica al dME, reconocimiento del uso situado en comunidades de conocimiento), en otros persisten limitaciones incipientes (uso de la gráfica, comprensión de lo no proporcional). Esta tensión evidencia que la problematización del saber y el diseño de situaciones de modelación es una vía formativa potente (Reyes-Gasperini, 2016; Báez *et al*., 2025), aunque aún es necesario fortalecer los usos del conocimiento matemático en los estudiantes. Particularmente, para este caso, la explicitación de la variación continua y no proporcional como núcleo del tránsito hacia resignificaciones profundas de lo trigonométrico.

7. Conclusiones

Esta investigación buscaba responder a la pregunta: ¿qué resignificaciones emergen en el conocimiento matemático de estudiantes de Pedagogía al diseñar situaciones de modelación escolar desde una perspectiva socioepistemológica? ¿Y a qué nivel se resignifican estos conocimientos? Para pesquisar estas resignificaciones se desarrolló el análisis de uno de los diseños de modelación escolar presentados por los estudiantes de un curso de didáctica del cálculo. Específicamente, se utilizó un análisis temático con apoyo del *software* ATLAS.ti, el que permitió codificar los argumentos escritos de los estudiantes de acuerdo a los constructos teóricos de la teoría socioepistemológica.

Se reconocieron 12 códigos: usos, contexto, usuario, gráfica, registros, variación, transformación, modelación, dME, lo periódico, lo proporcional y dificultades. Estos códigos fueron categorizados en tres temas: del cuerpo al modelo, de la gráfica al argumento y crisis del dME de lo trigonométrico. El análisis de estos temas mostró que las *resignificaciones específicas* que emergieron en los productos de los estudiantes son:

- La *resignificación de lo trigonométrico* a partir de experiencias corporales en una comunidad de conocimiento específica.
- La *resignificación de la variación* como el estudio del cambio en un contexto específico.
- La *resignificación de la gráfica*, que comienza a pasar de ilustración a argumento.
- La *resignificación de lo proporcional*, reconocida como relación central en lo trigonométrico, aunque aún tratada de manera parcial y sin explicitar su tránsito hacia la no proporcionalidad que caracteriza a las funciones seno y coseno.

Aunque si bien el análisis arrojó que los usos de lo trigonométrico, la variación, la gráfica y lo proporcional de lo trigonométrico se comienza a resignificar, cada uno de estos elementos se han resignificado a distinto nivel.

Sobre el tema 1, se considera que existe una resignificación en vías de ser profunda. Queda la tarea de reflexionar sobre las crisis que debe provocar el diseño en cada uno de los momentos. Esto permitirá el desarrollo profundo de una resignificación progresiva entre los diferentes usos del conocimiento matemático. Por tanto, la resignificación se encuentra en un *nivel medio*.

Sobre el tema 2, si bien la gráfica aparece en el discurso de los futuros profesores, buscando la resignificación de lo variacional y lo periódico, no se hace suficiente uso de la gráfica explícita para confrontar diferentes fenómenos o articular con el estudio del cambio, de las variaciones. Por tanto, el *nivel es incipiente*.

Sobre el tema 3, los futuros profesores reconocen los obstáculos cognitivos, didácticos y epistemológicos a partir de la problematización, logrando vincularlos tanto con el diseño como con el análisis *a priori* en relación con las dificultades reportadas en la literatura. Asimismo, señalan la importancia de reflexionar sobre lo proporcional, aunque esta consideración solo aparece de manera puntual en el informe. En consecuencia, si bien existe una crítica explícita al dME y una incorporación de los elementos que generan dificultades, no se alcanza un nivel profundo de resignificación de lo proporcional —aspecto central de lo trigonométrico en clave socioepistemológica—, por lo que este tema se sitúa en un nivel medio de resignificación.

Estas resignificaciones permiten comprender cómo los futuros profesores, al diseñar situaciones de modelación, empiezan a tensionar el dME y a construir significados más situados y funcionales, aunque aún persisten límites que requieren ser profundizados en su formación inicial.

Asimismo, los hallazgos contribuyen a un mejor entendimiento de la problemática planteada en este estudio: muestran que la dificultad de incluir la modelación en la formación inicial no se reduce a la ausencia de estrategias didácticas, sino a la necesidad de generar procesos de resignificación del conocimiento matemático. Al identificar resignificaciones específicas de lo proporcional y lo trigonométrico, de la gráfica como argumento y la variación, se evidencia que los futuros docentes pueden superar la adherencia al dME en la medida en que se enfrentan a diseñar tareas de modelación que los obligan a problematizar el saber y a construir significados más críticos y situados.

Para cerrar, este estudio evidencia que la resignificación del conocimiento matemático no ocurre de manera lineal, sino de forma progresiva y a través de trayectorias diferenciadas que se expresan en los tres temas analizados. Reconocer estas trayectorias constituye un aporte para orientar la formación inicial de profesores hacia prácticas que tensionen el dME y favorezcan aprendizajes matemáticos más críticos y situados.

8. Referencias bibliográficas

Báez, M., Flores-García, C. y Reyes-Gasperini, D. (2025). Problematizar la matemática escolar: ¿cómo contribuye al desarrollo profesional docente? *Bolema Boletim de Educação Matemática, 39*. https://doi.org/10.1590/1980-4415v39a230249

Balda, P. y Buendía, G. (2024). La periodicidad: Significados desde su uso en la huerta escolar para la matemática escolar. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática*, *4*(1), 1-24. https://doi.org/10.54541/reviem.v4i1.101

Berger, P. y Luckmann, T. (2006). *La construcción social de la realidad*. Amorrortu.

Camacho-Ríos, A. (2011). Socioepistemología y prácticas sociales: Hacia una enseñanza dinámica del cálculo diferencial. *Revista Iberoamericana de Educación Superior*, *2*(3), 152-171. http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=299124244008

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa: estudios sobre construcción social del conocimiento*. Gedisa.

Cordero, F. (2023). *Matemáticas, sus usos y significados. Un programa socioepistemológico de la matemática educativa*. Gedisa.

Cordero, F., Gómez, K., Silva-Crocci, H. y Soto, D. (2015). Discurso matemático escolar. Adherencia, exclusión y opacidad. Gedisa.

Cordero, F., Cen, C. y Suárez, L. (2010). Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *13*(2), 187-214. https://relime.org/index.php/relime/article/view/318

Cordero, F., Méndez, C., Parra, T. y Pérez, R. (2014). Atención a la diversidad. La matemática educativa y la teoría socioepistemológica. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática. Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática*, *7*(3), 71-90. http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274032530005

Cruz-Márquez, G. y Montiel-Espinosa, G. (2024). Medición indirecta de distancias y los significados de las nociones trigonométricas del profesorado de matemáticas en formación inicial. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado, 38*(2), N.º 99, 137-160. https://doi.org/10.47553/rifop.v99i38.2.99006

Ferrari, M. y Méndez, M. (2022). Reflexiones sobre modelación y covariación desde situaciones de aprendizaje. En Hernández Rebollar, L. A. y Juárez Ruiz, E. (eds.), *Tendencias en la educación matemática 2022* (pp. 84-106). Editorial de la Sociedad Matemática Mexicana.

Guerrero, C. y Borromeo, R. (2022). Pre-service teachers' challenges in implementing mathematical modelling: Insights into reality. *PNA, 16*(4), 309-341. https://doi.org/10.30827/pna.v16i4.21329

Huincahue, J., Borromeo-Ferri, R. y Mena-Lorca, J. (2018). El conocimiento de la modelación matemática desde la reflexión en la formación inicial de profesores de matemática. *Enseñanza de las Ciencias. Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, *36*(1), 99-115. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2277

Méndez, M. (2022). Modelación escolar como eje de diseños para resignificar la linealidad. En Cordero, F., Esquinca, M. y Opazo, C. (coords.), *La matemática en la Ingeniería. Modelación y transversalidad de saberes. Situaciones de aprendizaje* (pp. 47-67). Gedisa.

Méndez, M., Molina, Ó. y Del Valle, A. (2013). La modelación en la educación matemática escolar: un modelo para su estudio. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 26*(1), 305-314.

Méndez, M., Zúñiga, K. y Nájera, R. (2016). Modelación escolar: Estudio de situaciones de variación. En *Memoria de la XVII Escuela de Invierno en Matemática Educativa* (pp. 479-483). Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa.

Montiel, G. (2010). Hacia el rediseño del discurso: formación docente en línea centrada en la resignificación de la matemática escolar. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *13*(4), 69-84. http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33529137005

Montiel, G. (2011). *Construcción de conocimiento trigonométrico: Un estudio Socioepistemológico*. Ediciones Díaz de Santos.

Montiel, G. y Jácome, G. (2014). Significado trigonométrico en el profesor. Boletim de Educação Matemática, 28(50), 1193-1216. https://doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a10

Moreno, A., Marín, M. y Ramírez-Uclés, R. (2021). Errores de profesores de matemáticas en formación inicial al resolver una tarea de modelización. *PNA, 15*(2), 109-136. https://doi.org/10.30827/pna.v15i2.20746

Opazo-Arellano, C. E. y Cordero, F. O. (2021). Estudiante de docencia en matemáticas y la construcción de la identidad disciplinar. *Estudios Pedagógicos, 47*(1), 109-131. https://doi.org/10.4067/S0718-07052021000100109

Reyes-Gasperini, D. (2016). *Empoderamiento docente y Socioepistemología. Un estudio sobre la transformación educativa en Matemáticas*. Gedisa.

Soto, D. y Cantoral, R. (2014). Discurso matemático escolar y exclusión. Una visión socioepistemológica. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *28*(50), 1525-1544. https://doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a25

Stillman, G. (2019). State of the art on modelling in mathematics education—Lines of inquiry. En Stillman, G. A. y Brown, J. P. (eds.), *Lines of inquiry in mathematical modelling research in education* (pp. 3-22). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-14931-4_1

Suárez, L. y Cordero, F. (2010). Modelación – graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultados de un estudio socioepistemológico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 13*(4-II), 319-333. https://relime.org/index.php/relime/article/view/276

Thompson, P. W. y Carlson, M. P. (2017). Variation, covariation, and functions: Foundational ways of thinking mathematically. En Cai, J. (ed.), *Compendium for research in mathematics education* (pp. 421-456). National Council of Teachers of Mathematics.

Vilches, K., Soto, D. y Silva-Crocci, H. (2019). Mathematical Modeling in Initial Teacher Training: An Epistemological Analysis. En Cordova, F. y Rojas, H (eds.), *Research in Education: Teacher Training Issues* (pp. 55-84). Nova Publisher.

Zaldívar, D. (2014). *Un estudio de la resignificación del conocimiento matemático del ciudadano en un escenario no escolar* (Trabajo de investigación de doctorado no publicado). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, México.