UCMAULE
REVISTA ACADÉMICA
UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL MAULE

Talca, Chile, UCMaule 59. Julio - diciembre, 2020, 31-55. I.S.S.N: 0719-9872

ESTUDIOS

ADHERENCIA AL DISCURSO MATEMÁTICO ESCOLAR: EL CASO DE LA INTEGRAL DEFINIDA EN LA FORMACIÓN INICIAL DOCENTE

ADHERENCE TO THE MATHEMATICAL SCHOOL DISCOURSE: THE CASE OF THE DEFINITE INTEGRAL IN THE INITIAL TEACHER TRAINING

CLAUDIO OPAZO ARELLANO *
SINDI MARCÍA RODRÍGUEZ **
FRANCISCO CORDERO ***

Rec.: 01-10-2020. Acept.: 30-11-2020. Publ.: 18-12-2020
DOI: http://doi.org/10.29035/ucmaule.59.31

RESUMEN

En lo habitual de la formación inicial docente, la enseñanza del Cálculo Integral centra la atención en emular la matemática escolar como resultado de resolver ejercicios rutinarios, dejando en segundo plano el conocimiento matemático que emerge en el estudiante. Por lo anterior, se problematiza la enseñanza de la integral definida para confrontar los procedimientos permanentes en el cotidiano de la gente con los objetos terminales que no están en su cotidiano. Con la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa se realizó la puesta en escena de un diseño de actividad escolar y entrevistas semiestructuradas a una comunidad de estudiantes de docencia de la matemática de tercer año de Colombia. Se identificó, que la emulación de procedimientos matemáticos favorece la adherencia al discurso matemático escolar; lo que impide planificar y realizar la enseñanza desde las argumentaciones autónomas de quien aprende. En contraparte, se propone a la categoría de acumulación constituida en el cotidiano de la gente como componente de una fuente de sentido que genera una identidad disciplinar al estudiante de docencia.

Palabras clave: Formación inicial del docente, Enseñanza superior, Cálculo.

* Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, México. copazo@cinvestav.mx

** Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, México. sindi.marcia@cinvestav.mx

*** Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, México. ORCID: 0000-0002-7891-7498 fcordero@cinvestav.mx

ABSTRACT

In the usual initial teacher training, the teaching of Integral Calculus focuses on emulating school mathematics as a result of solving routine exercises, leaving in the second place the mathematical knowledge that emerges in the student. Therefore, we problematize the teaching of the integral defined to confront the permanent procedures in the daily life of people with the terminal objects that are not in their daily lives. With the Socioepistemological Theory of Educational Mathematics, a design of school activity and semi-structured interviews were staged with a community of third-year mathematics teaching students from Colombia. It was identified that the emulation of mathematical procedures favors adherence to school mathematical discourse; which prevents planning and carrying out teaching from the autonomous arguments of the learner. In contrast, the category of accumulation constituted in people's daily lives is proposed as a component of a source of meaning that generates a disciplinary identity for the teaching student.

Key words: Higher Education, Preservice Teachers, Calculus.

INTRODUCCIÓN

La formación inicial docente es un proceso que coadyuva al estudiante de docencia a construir una visión de la enseñanza y el aprendizaje, misma que será puesta en uso al ejercer la acción educativa. En este proceso, de acuerdo a Mercado (2002), se desarrollan saberes docentes. Sirvan de ejemplo, el marco educativo de un país, el contenido de un saber específico y la dimensión disciplinar del contenido. Estos saberes —teóricos y prácticos— son instrumentos que se utilizan en el desarrollo y reflexión de las prácticas de campo que se diseñan en lo habitual de la formación inicial docente, así como para lo que demanda su futuro quehacer profesional.

Cabe señalar que una síntesis de los saberes docentes está en planificar, realizar y evaluar los procesos de enseñanza y aprendizaje. En el caso de la formación inicial docente, la síntesis destaca un principio: *aprender para enseñar* (Blanco & Mercedes, 2005; Contreras, Rittershaussen, Montecinos, Solís, Núñez & Walker, 2010; Cornejo, 2014). Una pregunta que surge en este contexto es: ¿Qué aprende el estudiante de docencia de la matemática?

DOI: http://doi.org/10.29035/ucmaule.59.31

En este artículo, a partir de un ejemplo, se muestra el saber escolar que deriva de una formación inicial docente centrada en los objetos terminales (conceptos y definiciones) por sobre los procesos permanentes (usos y significados) (Cordero, 2017). Dos categorías que expresan una relación diferente con el saber matemático; la primera es hegemónica y soslaya el saber del que aprende; la segunda considera mantener una relación horizontal y recíproca entre los saberes, por lo tanto, valoriza el saber del que aprende (Cordero, 2016).

Por lo anterior, se problematiza la adherencia al discurso Matemático Escolar en la formación del estudiante de docencia de la matemática. Cabe señalar que el constructo de *adherencia* emergió en la reflexión y desarrollo del programa socioepistemológico Sujeto Olvidado y la Transversalidad de Saberes (Cordero, 2017), destacando que adoptar una cultura, una problemática o un saber sin cuestionar ni trastocar su naturaleza conlleva un fenómeno de adherencia (Cordero & Silva-Crocci, 2012). En este sentido, Opazo-Arellano, Cordero & Silva-Crocci (2018) explican los alcances de este fenómeno en el proceso de formación del estudiante de docencia de la matemática. Afirmando que si los que participan en esta comunidad adoptan el saber escolar, hegemónicamente, su quehacer profesional está en desventaja porque la centración al objeto matemático no valoriza las argumentaciones que resultan de los cotidianos de la gente. De ahí que estos autores señalan que para evitar el fenómeno de adherencia en la formación inicial docente es condición *sine qua non* construir una identidad disciplinar. En otras palabras, una resistencia al discurso Matemático Escolar (Opazo-Arellano, 2020).

Con respecto a la adherencia, fenómeno que provoca una fidelidad absoluta a los argumentos que provee el saber escolar, es importante señalar que excluye al estudiante de docencia de la matemática de la construcción social del conocimiento matemático. Esta epistemología dominante no considera las argumentaciones autónomas que emergen en el escenario escolar-académico[1] del que aprende para enseñar matemática (Opazo-Arellano, Cordero & Silva-Crocci, 2018).

[1] El escenario escolar-académico se expresa en los entornos de la formación inicial docente que coadyuvan a la construcción de los saberes docentes para el futuro quehacer profesional. Algunos ejemplos son: las aulas virtuales, las prácticas de campo iniciales y terminales y eventos institucionales que promueven la reflexión sobre aprender para enseñar.

DOI: http://doi.org/10.29035/ucmaule.59.31

Es así que, por ejemplo, en el Cálculo Integral, la adherencia al discurso Matemático Escolar conlleva emular los objetos matemáticos sin construir los entornos que les dan significado. Esta acción se sistematiza a partir de resolver problemas rutinarios de la matemática escolar, soslayando los cotidianos escolares, profesionales y de la vida mundana de la gente (Cordero, Gómez, Silva-Crocci & Soto, 2015).

Sin embargo, hay una esperanza: *la identidad disciplinar en la formación inicial docente de matemáticas*. Este factor conlleva confrontar lo habitual de la enseñanza de la matemática escolar (objetos terminales que no usa la gente) desde las argumentaciones autónomas (procedimientos permanentes que usa la gente) que emergen en los diferentes cotidianos del que aprende (Opazo-Arellano, Cordero y Silva-Crocci, 2018, Opazo-Arellano y Cordero, 2019).

En el caso del Cálculo Integral, esas argumentaciones autónomas expresan el saber matemático que emerge en las situaciones específicas que son propias de la gente (Cordero, 2016). Se compone así una categoría de conocimiento matemático llamada *acumulación*, que expresa una confrontación a la integral definida que provee el discurso Matemático Escolar (Cordero, 2005).

En cuanto a repensar la formación inicial docente de matemáticas desde un saber funcional —por ejemplo, la acumulación— es relevante construir una identidad disciplinar: expresión de valorizar los usos y significados del que aprende. De donde resulta que el estudiante de docencia planifica, realiza y evalúa la enseñanza y aprendizaje de la matemática desde un Marco de Referencia que confronta la fidelidad absoluta que conlleva el saber escolar (Opazo-Arellano, 2020). Una síntesis al respecto está en la Figura 1.

DOI: http://doi.org/10.29035/ucmaule.59.31

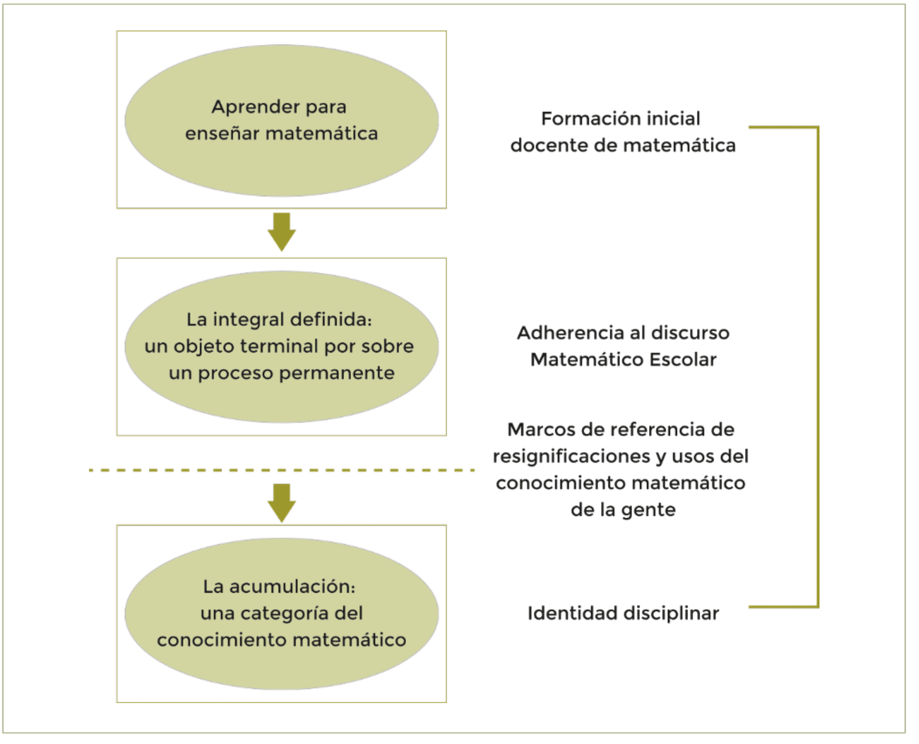


Figura 1. Síntesis de la problemática y del rol de la identidad disciplinar en la formación inicial docente de matemáticas. Elaboración propia.

En síntesis, este artículo tiene el objetivo de mostrar un ejemplo de adherencia al discurso Matemático Escolar en lo habitual de la enseñanza del Cálculo Integral. Lo que coadyuvará en el futuro a conformar Diseños de Situación Escolar de Socialización (DSES)[2], ya que se exhibirán los argumentos que los estudiantes de docencia de la matemática adoptan cuando aprenden para enseñar. En este sentido, se realizó una investigación cualitativa con el objetivo de responder la siguiente pregunta de investigación: ¿Cómo es el saber escolar de la integral definida que adopta el estudiante de docencia de la matemática en el escenario escolar-académico de la formación inicial docente? La pregunta en sí misma demandó conocer las voces de los participantes, por lo cual se diseñó una

[2] El DSES define dos funciones esenciales: en primer lugar, valorar los usos del conocimiento matemático y sus resignificaciones en la comunidad de conocimiento de profesores de matemática en formación; y, en segundo lugar, mantener la reciprocidad y la horizontalidad entre la escuela y el cotidiano de la gente (Cordero, 2017).

DOI: http://doi.org/10.29035/ucmaule.59.31

actividad escolar y una entrevista semiestructurada donde participaron estudiantes de docencia de la matemática que cursaban el tercer año de formación inicial docente en Colombia.

La enseñanza del Cálculo

En lo habitual de la enseñanza de la matemática escolar el Cálculo cada vez es más protagonista. Por esto los programas de estudios consideran a este saber matemático como un núcleo en la formación de estudiantes de secundaria, bachillerato y universidad. En el caso de la educación superior, el Cálculo está presente en la formación de estudiantes de medicina, economía, educación, ciencia, matemáticas, entre otras. Razón por la cual no es extraño el interés que existe en los investigadores sobre cuáles son los fenómenos que emergen en su enseñanza y aprendizaje. Al respecto, por ejemplo, se desarrollan investigaciones que destacan el aspecto cognitivo. Esto implica clasificar las dificultades que se presentan en los estudiantes, pero también llamar la atención sobre cómo mejorar la comprensión de los conceptos que implican el Cálculo (Carlson, Persson & Smith, 2003, Sealey & Oehrtman 2007; Haddad, 2013). Hay que mencionar, además, el papel de los docentes en la enseñanza del Cálculo. Al respecto, por ejemplo, Eichler & Erens (2014) identificaron que los docentes de media superior consideran los mismos objetivos periféricos relacionados con la construcción de una visión esquemática del Cálculo. Es decir, un conjunto de reglas y procedimientos que se deben memorizar y aplicar en tareas rutinarias. En este sentido, Valencia & Valenzuela (2017) concluyeron que los problemas que se exponen en los libros de Cálculo son convencionales y soslayan a la modelación. Lo que conlleva, en el que aprende solo, ejercitar los procedimientos habituales de la enseñanza del Cálculo. Cabe señalar que estos autores analizaron cinco textos de Cálculo utilizados en la educación media y superior.

En cuanto a la enseñanza del Cálculo Integral, en los niveles educativos que anteceden a la universidad, autores como Kouropatov & Dreyfus (2013) señalan que los estudiantes de secundaria no desarrollan una comprensión de los conceptos que componen este saber matemático. Esto derivó en proponer un plan de estudio que considerara la aproximación, mediante la acumulación, hasta el Teorema Fundamental del Cálculo.

DOI: http://doi.org/10.29035/ucmaule.59.31

A su vez, destacan las investigaciones que favorecen el uso de la tecnología en la enseñanza de la matemática, por ejemplo, para promover los conceptos del Cálculo Integral a partir del uso de las nuevas herramientas digitales (Swidan & Yerushalmy, 2016, Moreno-Armella, 2014). Particularmente, Jácome, Fiallo & Parada (2018) proponen el diseño, implementación y evaluación de una secuencia de tareas mediante el uso de la tecnología. El objetivo de la investigación es caracterizar los niveles de matematización que logran los estudiantes de un curso de Cálculo Integral sobre el Teorema Fundamental del Cálculo. La síntesis del análisis está en el nivel situacional, donde destacan aspectos de realidad, esquematización, formulación y visualización de problemas.

Pero ¿cómo es la enseñanza del cálculo en la formación inicial docente de matemáticas? Corica & Otero (2014), mediante un estudio de casos, exploran las ideas de la enseñanza por Recorridos de Estudio e Investigación (REI) (Chevallard, 2007). Estas ideas se ensayaron al implementar un diseño sobre límite y continuidad de las funciones en las prácticas de los estudiantes de docente de la matemática. En sus conclusiones, los autores señalan la ausencia de los elementos del REI en la implementación del diseño. Por tanto, cuestionan el impacto que alcanzó la propuesta en los que aprenden para enseñar matemática. Razón por la cual llaman la atención sobre la relevancia de experimentar una clase dirigida por el enfoque REI y no solo adquirir la teoría. En este sentido, los autores de la investigación proponen que para mejorar la apropiación de este enfoque se requiere de acciones desde el REI.

A su vez, Fothergill (2011) concluye que en el diseño de un curso de Cálculo para estudiantes de docencia de la matemática es importante destacar la resolución de problemas, la visualización de funciones y las aplicaciones fuera de las matemáticas.

Estas investigaciones, por una parte, destacan en sí mismas la preocupación que existe sobre los fenómenos asociados a la enseñanza y aprendizaje del Cálculo en los diferentes niveles educativos. Por otra, llaman la atención sobre el “énfasis significativo en los aspectos formales de los conceptos [...] en los programas curriculares” (Cordero, 2005, p.5). De ahí que una tendencia es promover un saber escolar a partir de conceptos y definiciones por sobre usos y significados de la gente. En el primer caso los estudiantes de docencia de la matemática no cuestionan ni trastocan su naturaleza, algo contrario a lo que

DOI: http://doi.org/10.29035/ucmaule.59.31

ocurre en el segundo caso donde se problematiza el saber escolar a partir de categorías del conocimiento matemático propias del saber del que aprende. Entonces, el saber escolar se adopta como la única referencia para planificar, realizar y evaluar la enseñanza de las matemáticas. Provocando la emulación de un saber matemático que a posteriori se le busca una aplicación en lo que se llama realidad (Opazo-Arellano & Cordero, 2019).

El programa socioepistemológico Sujeto Olvidado y la Transversalidad de Saberes (SOLTSA)

Esta investigación se sustentó en el programa socioepistemológico *Sujeto Olvidado y la Transversalidad de Saberes* (SOLTSA) (Cordero, 2016 y 2017), cuyo objetivo es revelar los usos del conocimiento matemático y sus resignificaciones en las comunidades de conocimiento matemático de la gente. Este programa se desarrolla a partir de dos líneas de trabajo simultáneas: 1) La Resignificación del Conocimiento Matemático y 2) El Impacto Educativo. En la primera línea, se problematizan las categorías de conocimiento matemático que suceden en comunidades o entre diferentes dominios de conocimiento que obligadamente entran en juego: el discurso Matemático Escolar, el campo disciplinar y el cotidiano de la comunidad. En la segunda línea, se ponen en escena los Diseños de Situación Escolar de Socialización (DSES) con el propósito de lograr la transversalidad de las categorías del conocimiento matemático[3] en comunidades de profesores y estudiantes. El objetivo de esto último es alcanzar una horizontalidad de saberes. Cabe señalar que en esta segunda línea, además se conforman los multifactores y estadios que coadyuvan a la alianza de calidad de la docencia de matemáticas (Cordero, 2017). Ver figura 2.

[3] Las categorías del conocimiento matemático, en el programa SOLTSA, sistematizan los saberes matemáticos de comunidades de conocimiento específicas que resultan de escenarios escolar-académico, trabajo-profesión y ciudad-cotidiano (Cordero, 2016).

Figura 2. Programa Socioepistemológico. Sujeto Olvidado y Transversalidad de Saberes (Cordero, 2017).

Como resultado de estas dos líneas de acción, por más de veinte años de producción académica, el programa socioepistemológico SOLTSA ha conformado categorías del conocimiento matemático que expresan el saber de la gente en sus diferentes cotidianos. Las categorías en sí mismas componen una base de conocimiento que a priori no está en lo habitual de la enseñanza de la matemática escolar.

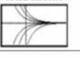
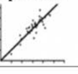
Estas categorías derivan de investigaciones en socioepistemología, lo que significa que son una sistematización de las inmersiones de carácter etnográfico realizadas en diferentes comunidades de conocimiento. Lo que demandó *revelar los usos y significados del conocimiento matemático de la gente*, coadyuvando a descentrar los objetos terminales (definiciones y conceptos) y valorizar los procesos permanentes (usos y significados) (Cordero, 2017). Una síntesis de lo anterior está en la Tabla 1, la que muestra la Socioepistemología del Cálculo y Análisis a partir de las siguientes argumentaciones: la predicción, el comportamiento tendencial de las funciones y la analiticidad de las funciones

DOI: http://doi.org/10.29035/ucmaule.59.31

(Cordero, 2008); además, la optimización (Cordero, Del Valle & Morales, 2019) y la compensación (Medina, Ruiz & Cordero, 2019); pero también, la anticipación (Pérez-Oxté & Cordero, 2019) y la acumulación (Marcia-Rodríguez, 2020).

Tabla 1

Socioepistemología del Cálculo y Análisis (Cordero, 2017).

Construcción de lo Matemático	Situaciones						
	Variación	**Cambio**	**Transformación**	**Aproximación**	**Selección**	**Ponderación**	**Periodización**
Significaciones	Flujo Movimiento Acumulación Estado Permanente	Área bajo la curva Posición de un móvil Movimiento de un fluido	Patrones de comportamiento gráficos y analíticos	Limite Derivada Integración Convergencia	Patrón de adaptación	Distribución de comportamientos	Reproducción de Comportamientos
Procedimientos	Comparación de dos estados	Comparación de dos estados	Variación de parámetros	Operaciones lógico formales (cociente)	Distinción de cualidades	Equiparación	Comparación de Periodos
Instrumentos	Cantidad de variación continua $f(x+h) - f(x) = ah$ $a = f'(x)$	Cantidad de variación continua $\int_a^b F' = F(b) - F(a)$	Instrucción que organiza comportamientos	Formas analíticas $\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f'(x)$	Lo estable	Punto de Equilibrio $\sum_1^n (x_i - \bar{x}) = 0$	Interpolación 
Argumentaciones/ Resignificación	**Predicción** $E_0 + variación = E_f$	**Acumulación** $E_f - E_i$	**Comportamiento tendencial** 	**Analiticidad de las funciones** $f(x+h) = f(x) + f'(x)h + f''(x)\frac{h^2}{2!} + \cdots$	**Optimación** 	**Compensación** 	**Anticipación** 

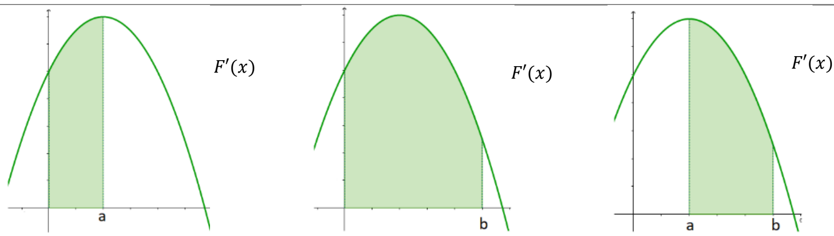
Antes de exhibir el ejemplo de adherencia al discurso Matemático Escolar, conviene destacar la construcción de la situación de Cambio. Esta es un resultado de la investigación que realizó Cordero (2003 y 2005), donde se enfocó la atención en los aspectos históricos-epistemológicos del dominio de la matemática. Posterior a esta investigación, Mota (2019) y Gaete (2020) exhibieron ejemplos de la transversalidad de la situación de Cambio en dos comunidades específicas. Es por esto que se analizó el dominio de la Biomatemática y la Economía, respectivamente.

La situación de Cambio valoriza las significaciones que se construyen sobre el área bajo la curva, la posición de un móvil y el movimiento de un fluido. En este contexto, destaca la comparación de dos estados. El instrumento está en las cantidades de variación continua, de donde resulta la emergencia de la acumulación. Un saber funcional de la gente que confronta la definición de la integral definida en lo habitual de su enseñanza.

Para ilustrar la relevancia de los elementos de construcción de la situación de Cambio, Muñoz (2000) propuso establecer una relación entre lo algorítmico y lo

DOI: http://doi.org/10.29035/ucmaule.59.31

conceptual. El autor reportó cómo para enlazar los elementos conceptuales y procedimentales son importantes los problemas específicos de fenómenos de variación continua. Lo que deriva en problematizar *cuánto varía una vez que se reconoce cómo varía*, en este contexto está el ejemplo del significado que tiene el área bajo la curva $F(x)$. Porque al conocer cuánto cambia esa área, partiendo de un estado inicial $F(a)$, primero se necesita identificar cómo cambia $F'(x)$. Así pues, al conocer el estado final $F(b)$, para conocer el cambio total es importante la comparación ya que se determina la acumulación a partir de comprar dos estados específicos. Por lo cual la acumulación como una diferencia de estados puede ser representada gráficamente (ver Figura 3), donde $F'(x)$ representa cómo cambia. Y, $F(a)$ junto a $F(b)$ representan estados de $F(x)$ (cuánto cambia).



$\boldsymbol{F(a)}$	$F(b)$	$F(b) - F(a)$
Estado inicial	Estado final	Acumulación

Figura 3. Representación de F(b)-F(a) tomada de Cordero, Muñoz & Solís (2002).

La comunidad de estudiantes de docencia de la matemática

La puesta en escena del diseño de actividad escolar se llevó a cabo con estudiantes de docencia de la matemática de la carrera de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander, Colombia. Particularmente, se aplicó el diseño a 10 estudiantes (5 hombres y 5 mujeres) que cursaban el sexto semestre de un total de nueve que contempla su formación inicial docente. Este plan de estudio considera un total de 44 asignaturas, distribuidas en los siguientes campos disciplinares: matemática, educación, didáctica de la matemática y lengua extranjera.

Es importante señalar que la contingencia de la *COVID-19*, obligó a realizar las interacciones con los estudiantes de docencia de la matemática por medio de plataformas digitales. De ahí que la puesta en escena del diseño de actividad escolar y la entrevista semiestructurada se desarrolló de manera virtual mediante Zoom. Esta plataforma, dentro de sus características, favorece la comunicación a partir de un entorno virtual sencillo (Moore, 2018). Mismo que contribuyó en conocer las voces de los estudiantes de docencia de la matemática desde los argumentos que propuso cada uno de ellos. En el caso de la puesta en escena, este proceso tuvo una duración de tres horas; siempre en el marco de la asignatura de Seminario de Práctica. La extensión de la puesta en escena se debe a que los estudiantes desarrollaron las tres fases que componen el diseño de actividad escolar. Sin embargo, dado los objetivos de este artículo, solo se muestran los resultados de la primera fase. Además, está en estrecha relación, por una parte, con la cantidad de los participantes. Y, por otra, la dinámica de trabajo, ya que cada participante expuso sus resultados. Ahora bien, posterior a esta etapa se realizó la entrevista semiestructurada. Para tal fin se analizó preliminarmente las repuestas de los participantes, seleccionando a 4 estudiantes (2 hombres y 2 mujeres). La selección se fundamentó en que sus respuestas exhibieron elementos relevantes con relación a la base epistemológica que se conformó para el diseño de actividad escolar. Cabe señalar que a pesar de que se redujo la cantidad de participantes, por la reflexión que se desarrolló con cada uno de los 4 seleccionado, y por la exigencia misma de cada fase del diseño, la entrevista se extendió entre 3 y 4 horas.

A continuación, se muestran las respuestas de un estudiante de docencia de la matemática. El objetivo es exhibir cómo es el saber escolar de este participante cuando se problematiza la integral definida en el diseño de actividad escolar. Lo que es una expresión de adherencia al discurso Matemático Escolar.

La integral definida en el discurso Matemático Escolar: concepto hegemónico que propone un conocimiento acabado y continuo

Para analizar los argumentos de los estudiantes de docencia de la matemática se recurrió a dos categorías, las cuales se retomaron de las investigaciones de Soto (2010) y Cordero *et al* (2015). Ambas categorías se enmarcan en la descripción de las características del discurso Matemático Escolar que estos autores realizaron

DOI: http://doi.org/10.29035/ucmaule.59.31

con el objetivo de distinguir la naturaleza del saber escolar y el saber funcional. Estas categorías son:

Carácter hegemónico: Se manifiesta en la imposición de un solo tipo de argumentaciones, significaciones y procedimientos asociados al saber matemático escolar.

Concepción de que la matemática es un conocimiento acabado y continuo: Esto ha generado que la enseñanza de la matemática sea reducida a la mecanización de procesos o memorización de los conceptos.

En relación con el ejemplo de adherencia al discurso Matemático Escolar, en lo habitual de la formación inicial docente, se muestra la primera situación de un total de tres que conformaron el diseño de actividad escolar:

A partir del siguiente planteamiento, responda las siguientes preguntas.

$$\int_a^b (2x+1)\,dx = 30$$

a) ¿Cuáles podrían ser los valores de a y b?

b) ¿Qué significado tiene para usted la expresión anterior?

c) A partir del significado que usted le otorga a la expresión, explique el procedimiento realizado.

La situación considera dos aspectos relevantes: 1) Se desconocen los valores del intervalo de integración y 2) El resultado de la operación debe ser igual a 30. En cuanto a presentar los resultados, se exponen los ejemplos y reflexiones a partir de cada una de las categorías antes señaladas.

Carácter hegemónico: La supremacía de un procedimiento y un significado

En lo habitual de la enseñanza de la matemática escolar, encontrar el valor de la integral definida conlleva: primero, encontrar la función primitiva (por medio de

DOI: http://doi.org/10.29035/ucmaule.59.31

algún método de integración según sea el caso), y, segundo, aplicar el Teorema Fundamental del Cálculo (TFC) para evaluar el valor del parámetro *a* y *b* en la función primitiva. Este procedimiento, propio de la matemática escolar, está en los argumentos que manifestó el estudiante de docencia de la matemática (ver Figura 4):

Inciso a: ¿Cuáles podrían ser los valores de $\boldsymbol{a}$ y $\boldsymbol{b}$?

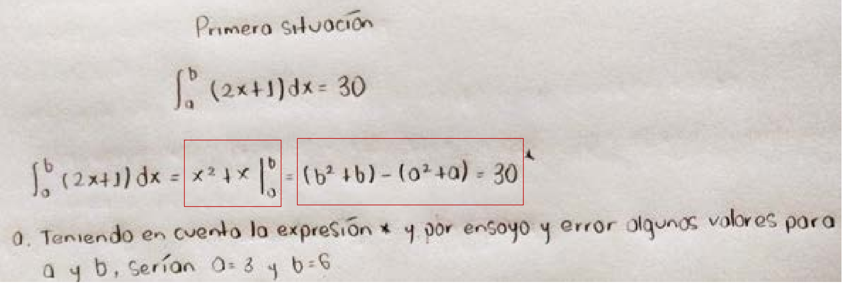


Figura 4. Respuesta del estudiante en el inciso a.

En este contexto, la entrevista semiestructurada ayudó a inferir los argumentos del estudiante de docencia de la matemática (ver Figura 5):

Yo resolví la integral sin haber leído las preguntas… simplemente vi eso y lo primero que se me ocurrió hacer, fue resolver esa integral definida. Lógicamente, dejando como variables "a" y "b" que son valores que no conozco. Entonces, en la primera pregunta pues nos decían cuál sería un valor para "a" y para "b", entonces simplemente puse la expresión en la calculadora… me arrojó 3 y 6, entonces eso fue lo que coloqué y ya no seguí intentando con más.

Figura 5. Fragmento de entrevista no dirigida a estudiante de docencia de la matemática.

En efecto, "resolver esa integral definida" está en términos de aplicar el procedimiento que norma lo habitual de la matemática escolar, donde muchos de estos procedimientos se adquieren y reproducen en los problemas rutinarios que proponen los textos de Cálculo (Valencia & Valenzuela, 2017). Una consecuencia de lo anterior es que el estudiante de docencia de la matemática

DOI: http://doi.org/10.29035/ucmaule.59.31

no participa de la construcción social del conocimiento matemático cuando aprende para enseñar matemáticas (Opazo-Arellano & Cordero, 2019).

Con respecto al significado de la integral definida, que adopta el estudiante de docencia de la matemática, destaca la concepción de *área bajo la curva* (ver Figura 6):

Inciso b: ¿Qué significado tiene para usted la expresión anterior

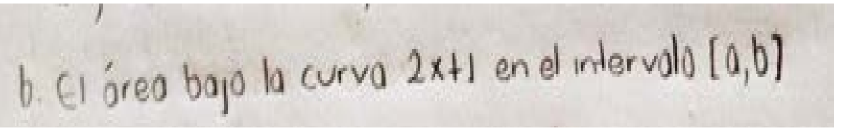

b. El área bajo la curva 2x+1 en el intervalo [a,b]

Figura 6. Respuesta del estudiante en el inciso b.

Al respecto, el participante justificó su respuesta a partir de los elementos que le ha provisto la formación inicial docente (ver Figura 7):

> Es como lo que siempre se da en los cursos de Cálculo Integral, o sea, para mí esa es la idea de la integral: calcular el área bajo la curva dado el intervalo.

Figura 7. Fragmento de entrevista no dirigida a estudiante de docencia de la matemática.

Los dos incisos de la primera parte del diseño de actividad escolar manifiestan la centración a los objetos terminales por sobre los procesos permanentes (Cordero, 2017), de ahí que el estudiante de docencia de la matemática expresa en sus argumentos el estatus hegemónico del discurso Matemático Escolar. Es decir, un saber matemático que norma lo que se aprende. Por tanto, aprender se reduce a emular conceptos y definiciones sin considerar los usos y significados de la gente. En este contexto, llama la atención que es en estas condiciones que el estudiante de docencia de la matemática conforma una visión de la enseñanza y del conocimiento matemático para su futuro quehacer profesional.

DOI: http://doi.org/10.29035/ucmaule.59.31

Concepción de que la matemática es un conocimiento acabado y continuo

Para ahondar en esta característica, que posee el discurso Matemático Escolar, es importante analizar el inciso (c) del diseño de actividad escolar. El cual es una articulación entre los argumentos que proveen el inciso (a) y los significados asociados a la integral definida que están en el inciso (b). Cabe señalar que para el análisis del inciso (c) se consideraron las respuestas que otorgó el mismo estudiante de docencia de la matemática en la puesta en escena del diseño de actividad escolar y la entrevista semiestructurada en los incisos anteriores. A saber (ver Figura 8 y 9):

Inciso c: A partir del significado que usted le otorga a la expresión, explique el procedimiento realizado

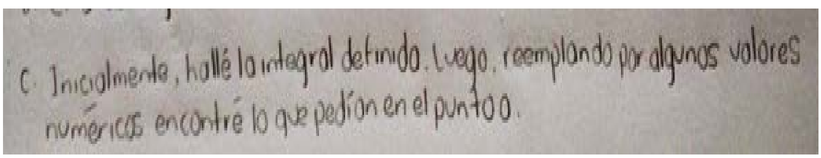

c. Inicialmente, hallé la integral definida. Luego, reemplando por algunos valores numéricos encontré lo que pedían en el puntoo.

Figura 8. Respuesta del estudiante en el inciso c.

Me pedían…explicar el proceso que hice, pues…primero resolví la integral y después con ayuda de la calculadora iba variando esos valores para ver cuáles me daban 30.

Figura 9. Fragmento de entrevista no dirigida a estudiante de docencia de la matemática.

Encontrar el área bajo la curva se reduce a adquirir y reproducir un procedimiento habitual en la enseñanza del Cálculo Integral. Primero, encontrar la función primitiva. Segundo, aplicar el Teorema Fundamental del Cálculo. Procedimientos que están en lo habitual de la enseñanza de la matemática escolar a pesar de modificar el diseño de los cursos de Cálculo, donde se promueven la visualización de funciones y las aplicaciones fuera de la matemática (Muñoz, 2000).

DOI: http://doi.org/10.29035/ucmaule.59.31

Hay que mencionar, además, cómo una visión esquemática del Cálculo conlleva en el estudiante de docencia de la matemática a mecanizar procesos o memorizar conceptos que no permiten desarrollar el pensamiento matemático (ver Figura 10):

> Yo lo tomo más como si fuera un rectángulo grande que está cubriendo toda esa parte, yo siempre lo que hago es como mirar cuál sería la base y cuál sería la altura, así como la enseñan con las sumas de Riemann para hallar ese tipo de integrales. Entonces eso es lo que más o menos trato de asociarle, aunque siempre me ha confundido ese [signo] menos, cuando uno *estudia el Teorema Fundamental del Cálculo siempre me confundió por qué acá aparecía un [signo] menos... ese [signo] menos es como algo que hago mecánicamente pero no alcanzo a comprender muy bien por qué se utiliza ese [signo] menos al evaluar la integral*

Figura 10. Fragmento de entrevista no dirigida a estudiante de docencia de la matemática.

En esta transcripción se manifiesta la adherencia al discurso Matemático Escolar que está presente en los estudiantes de docencia de la matemática, ya que adquieren y reproducen un conjunto de procedimientos que emulan el saber escolar. El cual conlleva medir la distancia que existe entre lo que el formador de estudiantes de docencia enseña y lo que ellos reproducen en problemas rutinarios de la matemática escolar, soslayando los entornos de usos y significados que la gente construye en su cotidiano. Por ejemplo, la *acumulación* (Cordero, 2005). En este sentido, llama la atención que los formadores de los estudiantes de docencia de la matemática no conformen escenarios que deriven en trastocar y transformar la matemática escolar.

Un ejemplo de lo anterior está en el análisis que realiza el estudiante de docencia de la matemática sobre la resta en el Teorema Fundamental del Cálculo, donde reconoce que “siempre me confundió por qué acá aparecía un [signo] menos”. Lo que deriva en la exclusión de la construcción social del conocimiento matemático, ya que “ese [signo] menos es como algo que hago mecánicamente pero no alcanzo a comprender muy bien por qué se utiliza ese [signo] menos al evaluar la integral”. Entonces, el diseño de los cursos de Cálculo no puede

DOI: http://doi.org/10.29035/ucmaule.59.31

depender de una lista de conceptos y definiciones que centran la atención en los objetos matemáticos. Porque dejar en segundo plano los entornos que le dan significado a estos objetos matemáticos, conlleva no comprender los alcances del Cálculo en la Educación Superior ya que la atención está en el concepto de función, límite, derivada, integral y series (Cordero, 2001). Lo que muestra el carácter nocivo que tiene el discurso Matemático Escolar, de ahí la adherencia que provoca en los diferentes niveles educativos. Respecto a esto último, se señala que:

> El fenómeno de adherencia no permite, tanto al estudiante como al docente, cuestionar ni trastocar la matemática escolar, se produce una especie de fidelidad absoluta la cual resulta nociva para reconocer otras epistemologías que permitan generar prácticas y usos del conocimiento matemático. (Gómez, *et al*, 2014, p.1457)

Por lo cual, una tarea pendiente es construir un Marco de Referencia que incorpore los saberes de la gente. Lo que coadyuvará a transformar los saberes docentes que construye el estudiante de docencia de la matemática para su futuro quehacer profesional.

Acumulación: argumentación autónoma que confronta al discurso Matemático Escolar

La discusión de este artículo se enfoca en sintetizar los alcances del saber matemático que norma la formación inicial docente del estudiante de docencia de la matemática, además destaca la construcción de la Socioepistemología del Cálculo y el Análisis.

La formación inicial docente coadyuva al estudiante de docencia de la matemática a construir una visión sobre lo que significa enseñar y aprender este dominio de conocimiento. En este proceso, *aprender para enseñar* es un principio que no se puede soslayar. Razón por la cual este artículo se pregunta por la naturaleza del saber que está en lo habitual de la formación inicial docente. Porque ese conocimiento será puesto en uso en la planificación, realización y evaluación de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. En este sentido, el discurso Matemático Escolar provoca desventaja sobre el futuro quehacer profesional del estudiante de docencia de la matemática. El motivo radica en que

DOI: http://doi.org/10.29035/ucmaule.59.31

lo que aprende esta comunidad de conocimiento matemático son conceptos y definiciones a los que en el futuro se les busca una aplicación.

Por el contrario, la Socioepistemología del Cálculo y Análisis expresa el saber de la gente. Así como, promueve la horizontalidad y reciprocidad entre los diferentes saberes (Cordero, 2016). Es decir, se ha sistematizado un saber que no está en lo habitual de la enseñanza de la matemática escolar. Pero que sí está en la construcción social del conocimiento matemático del que aprende. En este sentido, desarrollar el saber funcional, como, por ejemplo, la acumulación deriva en evitar adoptar el saber escolar hegemónicamente (Marcia-Rodríguez, 2020). Es decir, evita la adherencia al discurso Matemático Escolar. Aquí está la relevancia de la situación de Cambio, ya que provee argumentaciones autónomas que revelan el saber del que aprende por sobre emular definiciones y conceptos.

La tarea está en promover esta epistemología, por lo tanto, es relevante la acción educativa de los formadores de los estudiantes de docencia de la matemática. Donde una consecuencia es que el que aprende para enseñar proyecta en su futuro quehacer profesional la construcción permanente de diseños de actividades escolares que problematicen el saber escolar para así cuestionar y trastocar la naturaleza de esta epistemología dominante.

Entonces, la situación de Cambio y las otras que componen la Socioepistemología del Cálculo y Análisis permiten repensar la formación inicial docente y lo habitual de la enseñanza de la matemática escolar. En este sentido, un estudiante de docencia de la matemática que construye un saber funcional va a resistir la adherencia al discurso Matemático Escolar. Dicho con otras palabras, va a construir una identidad disciplinar.

CONCLUSIONES

La identidad disciplinar demanda una *fuente de sentido*, misma que puede ser interpretada en la problematización de la matemática escolar y la valorización de usos y significados del conocimiento matemático. Esto último, abrirá brecha a un cambio epistemológico por sobre un cambio de instrucción en la enseñanza. Por esta razón, repensar la formación inicial docente supone no adoptar el saber escolar como la única referencia para planificar, realizar y evaluar la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Por el contrario, supone una relación horizontal

DOI: http://doi.org/10.29035/ucmaule.59.31

y recíproca de los saberes de la matemática. Sirva de ejemplo, la acumulación, argumentación autónoma que tensa la hegemonía del discurso Matemático Escolar, ya que recupera el conocimiento matemático que emerge en el cotidiano del que aprende.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Blanco, G. & Mercedes, M. (2005). La formación de profesores de matemáticas. Un campo de estudio y preocupación. *Educación Matemática*, *17*(2), 153-166. Recuperado de https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40517207

Carlson, M. P., Persson, J., & Smith, N. (2003). Developing and connecting calculus students' notions of rate-of-change and accumulation: The fundamental theorem of calculus. In N. Patemen (Ed.), *Proceedings of the 2003 Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education-North America* (Vol 2, pp. 165–172). University of Hawaii.

Chevallard, Y. (2007). Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. Recuperado de http://yves.chevallard.free.fr

Contreras, I., Rittershaussen, S., Montecinos, C., Solís, M., Núñez, C., & Walker, H. (2010). La escuela como espacio para aprender a enseñar: visiones desde los programas de formación de profesores de educación media. *Estudios Pedagógicos, XXXVI*(I), 85-105. DOI: http://dx.doi.org/10.4067/s0718-07052011000004

Cordero, F. (2001). La distinción entre construcciones del cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 4*(2), 103-128. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/9618/

Cordero, F., Muñoz, G. & Solís, M. (2002). *La integral y la noción de variación*. Serie: Cuadernos de Didáctica. Grupo Editorial Iberoamérica.

Cordero, F. (2003). Reconstrucción de significados del Cálculo Integral. La noción de acumulación como una argumentación. Grupo Editorial Iberoamérica.

Cordero, F. (2005). El rol de algunas categorías del conocimiento matemático en educación superior. Una socioepistemología de la Integral. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 8*(3), 256-286. Recuperado de https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2096621

Cordero, F. (2008). El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socioepistemológica. En R. Cantoral, O. Covián, R. M. Farfán, J. Lezama & A. Romo (Eds.), *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte Iberoamericano* (pp. 285-309). Díaz de Santos-Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. A. C.

Cordero, F. & Silva-Crocci, H. (2012). Matemática Educativa, Identidad y Latinoamérica: El quehacer y la usanza del conocimiento disciplinar. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 15*(3), 295-318. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362012000300003

Cordero, F., Gómez, K., Silva-Crocci, H., & Soto, D. (2015). El Discurso Matemático Escolar: la Adherencia, la Exclusión y la Opacidad. Gedisa.

Cordero, F. (2016). La función social del docente de matemáticas: pluralidad, transversalidad y reciprocidad. En S. Estrella, M. Goizueta, C. Guerrero, A. Mena- Lorca, J. Mena-Lorca, E. Montoya, A. Morales, M. Parraguez, E. Ramos, P. Vásquez, P., y D. Zakaryan, (Eds.), XX Actas de las Jornadas Nacionales de Educación Matemática (pp. 23-30), ISSN 0719-8159. Valparaíso, Chile: SOCHIEM, Instituto de Matemática de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.

Cordero, F. (2017). La matemática y lo matemático. Transversalidad y modelación: un programa socioepistemológico. Manuscrito en preparación.

Cordero, F., Del Valle, T., & Morales, A. (2019). Usos de la optimización de ingenieros en formación: el rol de la ingeniería mecatrónica y de la obra de Lagrange. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 22*(2), 185-212. DOI: https://doi.org/10.12802/relime.19.2223

Corica, A. & Otero, M. (2014). La formación de profesores de Matemática desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico: un estudio de caso. *Perspectiva Educacional*, *53*(2), 20 – 44. DOI: https://doi.org/10.4151/07189729-vol.53-Iss.2-Art.191

Cornejo, J. (2014). Prácticas profesionales durante la formación inicial docente: análisis y optimización de sus aportes a los que aprenden y a los que enseñan a “enseñar”. *Estudios Pedagógicos, XV* (I), 239-256. DOI: http://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052014000200014

Eichler, A., & Erens, R. (2014). Teachers’ beliefs towards teaching calculus. *ZDM Mathematics Education*, *46*, 647–659. DOI: https://doi.org/10.1007/s11858-014-0606

Fothergill, L. (2011). Aspects of Calculus for Preservice Teachers. *The Mathematics Educator, 21*(1), 23–31.

Gaete, C. (2020). La categoría de modelación y el concepto de integral definida: una mirada socioepistemológica. *UCMAULE*, *58*, 83-105. DOI: http://doi.org./10.29035/ucmaule.58.83

Gómez, K., Silva-Crocci, H., Cordero, F., & Soto, D. (2014). Exclusión, Opacidad yAdherencia. Tres fenómenos del discurso matemático escolar. En P. Lestón (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 27*, 1457-1464, México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Haddad, S. (2013). Que retiennent les nouveaux bacheliers de la notion d'intégrale enseignée au lycée? *Petit x*, *92*, 7–32. Recuperado de https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/revues/petit-x/consultation/numero-92-petit-x/1-que-retiennent-les-nouveaux-bacheliers-de-la-notion-d-integrale-enseignee-au-lycee--511278.kjsp?RH=1550185915117

Jácome, I. J., Fiallo, J. E., & Parada, S. E. (2018). Teorema Fundamental del Cálculo en el marco de la Educación Matemática Realista con el uso de Tecnologías Digitales. *RECME-Revista Colombiana de Matemática Educativa*, *3*(2), 45-47. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/14413/

Kouropatov, A. & Dreyfus, T. (2013) Constructing the integral concept on the basis of the idea of accumulation: suggestion for a high school curriculum. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *44*(5), 641-651. DOI: https://doi.org/10.1080/0020739X.2013.798875

Marcia-Rodríguez, S. (2020). *Resignificación de la integral en una comunidad de estudiantes de docencia de la matemática. Una categoría de acumulación* [Tesis de Maestría no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav-IPN). México].

Medina, D., Ruiz, B., & Cordero, F. (2019). The argument of compensation in mathematics teacher: arithmetic mean, equilibrium point and graphs of data. Enviado para publicar.

Mercado, R. (2002). *Los saberes docentes como construcción social*. Fondo de Cultura Económica.

Moore, J. A. (2018). Exploring five online collaboration tools to facilitate a professional learning community. *TechTrends*, *62*(6), 612-617. DOI: https://doi.org/10.1007/s11528-018-0288-3

Moreno-Armella, L. (2014). An essential tension in mathematics education. *ZDM Mathematics Education, 46*, 621–633. DOI: https://doi.org/10.1007/s11858-014-0580-4

Mota, C. (2019). *La Matemática Escolar y la Modelación: De la Integral a una Categoría de Acumulación* [Tesis de Maestría no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav-IPN). México].

Muñoz, G. (2000). Elementos de enlace entre lo conceptual y lo algorítmico en el Cálculo Integral. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, *3*(2), 131-170. Recuperado de https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2147188

Opazo-Arellano, C., Cordero, F., & Silva-Crocci, H. (2018). ¿Por qué estudiar la identidad disciplinar en la formación inicial del docente de matemáticas? *Premisa*, *20*(77), 5-20.

Opazo-Arellano, C., & Cordero, F. (2019). Estudiante de pedagogía en matemáticas y la Construcción de la Identidad Disciplinar. Artículo enviado para publicar.

Opazo-Arellano, C. (2020). *Identidad disciplinar en la formación inicial docente: una resistencia al discurso Matemático Escolar* [Tesis de Doctorado no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav-IPN). México].

Pérez-Oxté, I., & Cordero, F. (2019). Modeling and anticipation of graphical behaviors in Industrial Chemical Engineering. The role of transversality of knowledge in learning mathematics. Enviado para publicar.

Sealey, V., & Oehrtman, M. (2007). Calculus students' assimilation of the Riemann integral into a previously established limit structure. In T. Lamberg, & L. Wiest (Eds.), *Proceedings of the 29th annual meeting of the North American chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Stateline*, NV: University of Nevada, Reno. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2012.12.004

Serhan, D. (2015). Students' understanding of the definite integral concept. *International Journal of Research in Education and Science (IJRES), 1*(1), 84-88. Recuperado de https://www.semanticscholar.org/paper/Students%E2%80%99-Understanding-of-the-Definite-Integral-Serhan/d11103b3437fc39c73022b6f6ef594a5274f523e

Soto, D. (2010). *El discurso matemático escolar y la exclusión. Una visión Socioepistemológica*. [Tesis de Maestría no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav-IPN). México].

Swidan, O. & Yerushalmy, M., (2016). Conceptual Structure of the Accumulation Function in an Interactive and Multiple-Linked Representational Environment. *Int. J. Res. Undergrad. Math. Ed.* 2, 30–58 *91.* DOI: https://doi.org/10.1007/s40753-015-0020

Valencia, A., & Valenzuela, J. (2017). ¿A qué tipo de problemas matemáticos están expuestos los estudiantes de Cálculo? Un análisis de libros de texto. *Educación matemática, 29*(3), 51-78. DOI: https://doi.org/10.24844/em2903.02