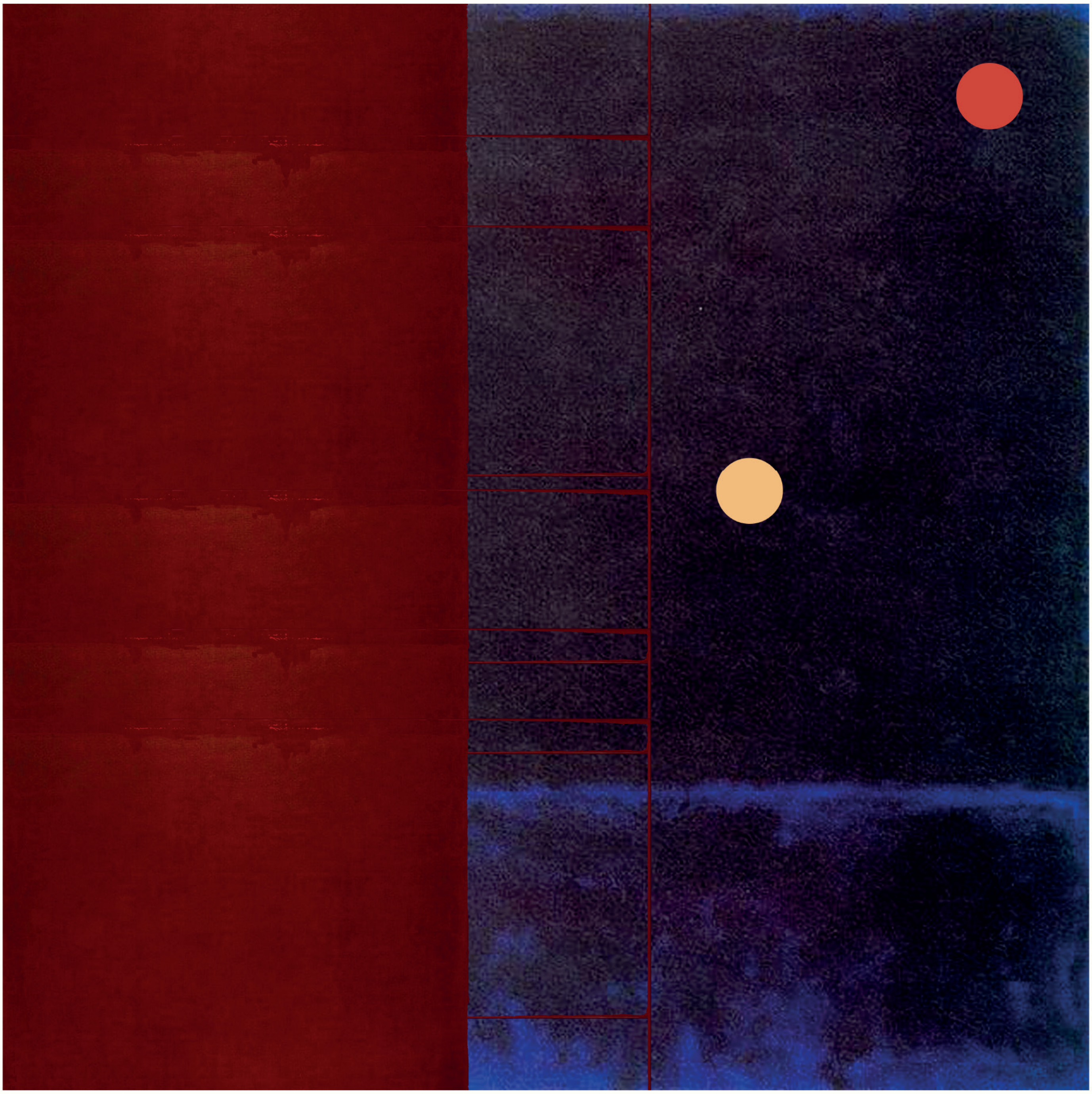
UCMAULE

REVISTA ACADÉMICA

69

HUMANIDADES



UNIVERSIDAD CATOLICA DEL MAULE

UCMAULE

REVISTA ACADÉMICA

Talca, Chile, julio-diciembre, 2025. N° 69. I.S.S.N: 0719-9872

EQUIPO EDITORIAL

UCMAULE

REVISTA ACADÉMICA

Talca, Chile, julio-diciembre, 2025. N° 69. I.S.S.N: 0719-9872

EQUIPO EDITORIAL

TODA CORRESPONDENCIA DEBE DIRIGIRSE A (CORRESPONDENCE SHOULD BE ADDRESSED TO):
UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL MAULE, AVDA. SAN MIGUEL 3605, TALCA, CHILE.

REVISTAUCMAULE.UCM.CL

REVISTA@UCM.CL

REVISTAUCMAULE

UCMAULE

REVISTA ACADÉMICA

Talca, Chile, julio-diciembre, 2025. N° 69. I.S.S.N: 0719-9872

PRESENTACIÓN

ESTUDIOS

UCMAULE

REVISTA ACADÉMICA

Talca, Chile, julio-diciembre, 2025. N° 69. I.S.S.N: 0719-9872

ENSAYO

UCMAULE

REVISTA ACADÉMICA

Talca, Chile, julio-diciembre, 2025. N° 69. I.S.S.N: 0719-9872

PRESENTACIÓN

DRA. MARIANA LAZZARO-SALAZAR
Directora revista *UCMaule*
Universidad Católica del Maule
Talca, Chile

DRA. CAROLINA GUERRERO ORTIZ
Editora invitada
Instituto de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Valparaíso, Chile

DR. CLAUDIO GAETE-PERALTA
Editor invitado
Facultad de Ingeniería y Ciencias Aplicadas, Universidad de los Andes
Santiago, Chile

En las últimas décadas, la incorporación de la modelación matemática y las tecnologías en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas representa un área de creciente interés. Desde herramientas digitales para la simulación y resolución de problemas reales, hasta el uso de *software* especializado en la creación y validación de modelos matemáticos, estas tecnologías han transformado las posibilidades pedagógicas y didácticas. En este sentido, el volumen 69 de la *UCMaule* logra reunir una serie de artículos que analizan el impacto de las tecnologías en el desarrollo de habilidades de modelación matemática y su integración en prácticas docentes innovadoras. Por su parte, el ensayo del volumen también se vincula con el ámbito educativo y dirige nuestra atención a una serie de reflexiones en torno a los procesos de enseñanza y aprendizaje de la historia desde un enfoque crítico.

El volumen comienza con el artículo titulado **“Competencias y habilidades STEM al modelar en 3D utilizando el método de caso en la educación técnico-profesional”**, que explora el desarrollo de competencias de modelación y aquellas propuestas por la OCDE en estudiantes de enseñanza media de un técnico-profesional mediante una tarea de modelación geométrica 3D. La investigación muestra cómo, mediante el trabajo en un caso de planificación de un programa de vacaciones, los participantes transitan por las fases del ciclo de modelación, potenciando la integración de competencias. El principal aporte radica en evidenciar cómo la tecnología, en contextos de formación laboral, puede constituirse en mediadora del desarrollo de competencias interdisciplinarias.

Por su parte, el artículo **"Desarrollo del conocimiento TPACK mediante aplicativos móviles de robótica educativa: percepciones docentes e impacto en la actitud hacia las matemáticas"** presenta un análisis de los efectos de una aplicación de robótica en la enseñanza de las matemáticas en educación básica. A través del marco TPACK y de la Teoría de la Autodeterminación, se analizan los cambios en la actitud de los estudiantes y en las percepciones de los docentes. Concluyen que el uso de la robótica educativa mejora la actitud de los estudiantes hacia la matemática y promueve, en los docentes, la reflexión sobre los procesos de integración tecnológica. Además, destaca la robótica como un medio eficaz para favorecer el pensamiento computacional y el aprendizaje activo.

El artículo **"Modelación matemática en educación primaria: una revisión sistemática"** ofrece un panorama actualizado del desarrollo de la modelación en los primeros niveles escolares. Mediante el protocolo PRISMA, se identifican tendencias, vacíos y desafíos en la literatura reciente, destacando el crecimiento sostenido de la investigación desde 2017 y la necesidad de incorporar la modelación de forma temprana en el currículo.

El cuarto artículo del volumen se titula **"Niveles de resignificación del conocimiento matemático en la formación docente: análisis de un diseño de modelación escolar"** y analiza las resignificaciones del conocimiento matemático en futuros profesores de matemáticas al diseñar una situación de modelación escolar. A partir del caso "Gimnasia Matemática", centrado en la función trigonométrica, se examina cómo los estudiantes articulan conocimientos intuitivos y conceptuales. Los resultados muestran resignificaciones parciales y en distintos niveles (incipiente, medio y profundo). Se evidencia un tránsito desde lo proporcional-aritmético hacia una comprensión más funcional y situada del saber trigonométrico.

Por otro lado, el artículo **"Modelación matemática en la formación inicial docente: una experiencia desde la perspectiva feminista"** introduce una mirada crítica al analizar cómo los futuros profesores abordan situaciones de modelación del fenómeno del ciclo menstrual. El estudio concluye que la incorporación de fenómenos relacionados con la experiencia femenina resulta pertinente en la formación inicial docente. Asimismo, evidencia que las relaciones de poder que emergen en los grupos pueden incidir negativamente en las discusiones matemáticas, afectando particularmente a las mujeres. El texto aporta una innovadora perspectiva de género que convoca a diseñar experiencias de modelización que aseguren una participación equitativa.

El artículo titulado **“Desarrollo de habilidades de visualización en la enseñanza y modelación de sólidos de revolución”** presenta una caracterización de las habilidades de visualización que emergen cuando los estudiantes modelan objetos tridimensionales utilizando un *software* de geometría dinámica. La investigación vincula las fases del ciclo de modelación con las habilidades de visualización, evidenciando que la tecnología amplía las posibilidades de comprensión espacial, y favorece la relación entre representaciones bidimensionales y tridimensionales. Este trabajo destaca la importancia de la visualización para integrar el pensamiento geométrico y modelación matemática.

El séptimo artículo del volumen, **“Desarrollo de la competencia de modelación matemática en estudiantes de séptimo básico a partir de un fenómeno astronómico”**, presenta un análisis de las subcompetencias de modelación que emergen en estudiantes de educación básica al modelar el ciclo lunar. Con base en el ciclo de modelización propuesto por Borromeo-Ferri, la autora identifica las actividades que tienen lugar en fases de comprensión, simplificación, matematización y validación, mostrando que la modelación de fenómenos astronómicos puede fortalecer la comprensión de la matemática escolar y vincularla con el pensamiento científico.

La última propuesta de este volumen la materializa el ensayo titulado **“Directrices para la enseñanza y el aprendizaje de la Historia desde un enfoque crítico-reflexivo”** que nos propone un cambio de paradigma en la enseñanza de la Historia, pasando de un enfoque tradicional y memorístico a uno crítico-reflexivo que fomente el pensamiento histórico, la argumentación y la empatía. Basado en reflexiones sobre investigaciones con docentes y estudiantes, plantea directrices que integran metodologías activas, problematización de contenidos, uso de recursos lúdicos y tecnológicos, y evaluación centrada en la comprensión y análisis crítico. Los principales aportes de este ensayo radican en ofrecer estrategias concretas para vincular la Historia con la vida cotidiana, promover la conciencia histórica y formar ciudadanos capaces de comprender y transformar su realidad desde una perspectiva ética y social.

A partir de propuestas temáticas y metodológicas innovadoras, el volumen 69 de la

UCMaule pone énfasis en investigaciones que abordan cómo los futuros profesores y profesoras en servicio conceptualizan la modelación, movilizan conocimientos matemáticos y diseñan tareas que promuevan su enseñanza. Asimismo, el ensayo del volumen se alinea con estos propósitos subyacentes con la intención de contribuir a la mejora de la práctica docente que permita formar ciudadanos responsables, éticos y empáticos. En su conjunto, el volumen busca fortalecer la profesionalización docente para enfrentar desafíos actuales en distintos niveles educativos, enriqueciendo el diálogo académico hacia el desarrollo de enfoques educativos integrales, interdisciplinarios, equitativos y sostenibles. Invitamos a todos y todas a reflexionar sobre estas líneas temáticas y sobre su potencial aporte como motor de transformación social.

UCMAULE

REVISTA ACADÉMICA

Talca, Chile, julio-diciembre, 2025. N° 69. I.S.S.N: 0719-9872

Recopilado: 10-05-2025 | Aceptado: 01-10-2025 | Publicado: 20-12-2025

COMPETENCIAS Y HABILIDADES STEM AL MODELAR EN 3D UTILIZANDO EL MÉTODO DE CASO EN LA EDUCACIÓN TÉCNICO-PROFESIONAL

STEM COMPETENCIES AND SKILLS IN 3D MODELING USING THE CASE METHOD IN VOCATIONAL TECHNICAL EDUCATION

ESTUDIO

NATANAEL ARIAS BENAVENTE
Liceo Bicentenario Instituto Comercial de Linares
Linares, Chile
n.arias@bicentenarioinstitutocomercial.com
ORCID: 0009-0006-1206-7407

ANDREA VERGARA GÓMEZ
Universidad Católica del Maule
Talca, Chile
avergarag@ucm.cl
ORCID: 0000-0001-6388-8412

MARÍA ARAVENA DÍAZ
Universidad Católica del Maule
Talca, Chile
maravena@ucm.cl
ORCID: 0000-0002-6796-6366

Resumen

La literatura evidencia la necesidad de desarrollar competencias y habilidades que permitan transitar desde el ámbito educacional hacia el ámbito laboral. El objetivo de esta investigación es caracterizar competencias y habilidades de estudiantes de enseñanza media técnico-profesional a través del método de caso. Siguiendo la perspectiva de modelación de Maaß, se implementa un caso y se analizan las producciones de un grupo de dos estudiantes de 16 años, al abordar el modelado geométrico 3D con proyecciones para el ámbito laboral, considerando un sustento STEM. Los resultados indican que la estructura del método de caso permitió que los estudiantes expresaran competencias matemáticas, científicas, tecnológicas e ingenieriles, afines a las actuales demandas del siglo XXI, obteniendo una propuesta de solución acorde a su perfil de formación laboral. Además, la modelación 3D con uso de tecnología facilitó el tránsito por todas las fases de modelación. El estudio aporta a comprender con mayor profundidad cómo promover el desarrollo de competencias STEM y de modelación en contextos escolares de educación técnico-profesional.

Palabras claves: Competencias de modelado matemático, educación STEM, método de caso, modelación en 3D, educación secundaria.

Abstract

The aim is to characterize competencies and skills of high school students through the case method. This proposal evidences the need to develop competences and skills that allow the transition from the educational environment to the work environment. Following Maaß's modeling perspective, the productions of a group of two 16-year-old students are analyzed, when approaching 3D geometric modeling with projections for the work environment, considering a STEM support. The results indicate that the students expressed mathematical, scientific, technological and engineering competences, related to the current demands of the 21st century, through the case method, obtaining a solution proposal according to their work training profile. It is also shown that students, when modeling in 3D, go through all the proposed phases of modeling mathematical competences. Finally, it should be noted that 3D modeling promoted the development of technological and mathematical modeling skills of the students and enhanced the solution of the case.

Keywords: Mathematical modeling skills, STEM education, case method, 3D modeling, secondary education.

1. Introducción

La geometría tiene un importante rol en la formación del estudiante, ya que se aplica para diversos contextos actuales, surgiendo de problemáticas que se presentaron en actividades cotidianas, como la medición de terrenos para la agricultura, comercio y construcción (Espinoza *et al*., 2017; Gurmu *et al*., 2024; Yuste, 2010). Entender el origen de la geometría contiene un potencial adecuado para aumentar la conciencia de posibles conceptos erróneos, obstáculos e impedimentos relacionados con diversos conceptos matemáticos (Florio, 2020), rompiendo la estructura axiomática dominada por la geometría Euclidiana y enfocándose al desarrollo del razonamiento espacial mediante aplicaciones en el mundo real como uso de *software* para interactuar con objetos geométricos 3D (Weigand *et al*., 2025).

Las últimas investigaciones a nivel internacional en geometría abordan la necesidad de propiciar el aprendizaje de habilidades de resolución de problemas, razonamiento, visualización y pensamiento crítico, siendo útiles para las áreas de programación visual, representaciones computacionales, impresión 3D y desarrollo de aplicaciones espaciales (Gurmu *et al*., 2024; Wang y Paine, 2023). En Chile, el foco de la enseñanza geométrica se ha centrado en entregar relaciones con dibujos, nombres y definición, además de recaer en la algebrización de esto (Gómez-Calalán y Andrade-Molina, 2022; Siles, 2024). Una de las causas es que se ha privilegiado la memorización de propiedades apoyadas en construcciones mecánicas y descontextualizadas (Labra y Vanegas, 2022; Siles, 2024). Por otra parte, algunas investigaciones a nivel latinoamericano han constatado que los objetos geométricos deben tener más de una representación para garantizar un aprendizaje significativo, incluso cuando las instituciones definan restricciones sobre la modelación matemática desde la dimensión geométrica en la educación secundaria (Marmolejo Avenia y Vega Restrepo, 2012; Rojas y Sierra, 2021). Por todo lo anterior, abordar habilidades de modelación con objetivos geométricos presenta un reto en la Educación Matemática.

A su vez, se identifican estudios ligados a fomentar las habilidades espaciales y de modelamiento 3D en la formación ingenieril y con enfoque funcional, tras el desarrollo tecnológico que demanda el siglo XXI (Marmolejo Avenia y Vega Restrepo, 2012; Ziatdinov y Valles, 2022). La modelación en 3D es un diseño asistido por la computadora con el fin de resolver una problemática real, desarrollando competencias y habilidades en el proceso (Asempapa y Love, 2021). Este tipo de estrategia con foco educativo en las tecnologías fomenta que el estudiante adquiera un aprendizaje significativo, relevante y funcional en las matemáticas y promueve el desarrollo de habilidades en los estudiantes, contribuyendo a resolver problemáticas de diversos contextos tecnológicos, como la construcción, educación, alimentación e industrialización (Asempapa y Love, 2021; Cico *et al*., 2021).

En tales investigaciones la gran mayoría de los procesos están desarrollados a través de *software*. Un *software* con foco educativo es una herramienta tecnológica que promueve el desarrollo de habilidades en los estudiantes, contribuyendo a resolver problemáticas tecnológicas en campos como la construcción, educación, alimentación e industrialización (Cico *et al*., 2021). El carácter transversal del uso de tecnologías hace necesario abarcar su uso desde la interdisciplinariedad (Yarin y Chinchay, 2023; Ziatdinov y Valles, 2022). A pesar que existen avances en el uso de herramientas tecnológicas para realizar diseños 3D, es necesario comprender los principios que permiten desarrollar formas geométricas, tanto planas como espaciales, para llegar a modelar en 3D, siendo esto necesario en la industria del cine, juegos y diseño gráfico (Mosiiuk y Lenchuk, 2023). Estos antecedentes apoyan la importancia del desarrollo de habilidades geométricas para el ámbito profesional y laboral. En consecuencia, resulta fundamental preparar a los estudiantes de la educación técnico-profesional para desarrollar habilidades tecnológicas para resolver problemas geométricos afines a su ámbito de formación laboral.

Hoy en día existen herramientas que tienen por objeto proporcionar un proceso íntegro en el aprendizaje y formación de los estudiantes tanto de educación secundaria como superior, de modo que puedan adquirir competencias que ayuden a afrontar los retos y necesidades del siglo XXI. Una de estas herramientas es el STEM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemática en su sigla traducida desde el inglés), la que surge como una propuesta que pretende resolver tales problemáticas, desde un enfoque que privilegia la enseñanza de forma transversal, con énfasis en sus aplicaciones al mundo real (Akerson *et al*., 2018; Ferrada *et al*., 2021).

La rápida evolución de las tecnologías, como el desarrollo de entornos virtuales, uso de *smartphones*, ordenadores o iPads, necesitan del desarrollo de conocimiento y habilidades matemáticas como la visualización, modelamiento 3D y análisis de datos, lo que sugiere que las personas deben capacitarse en un ámbito interdisciplinar (Moral-Sánchez *et al*., 2022). Otro aspecto importante a destacar es que el enfoque STEM considera aspectos sociales del entorno inmediato del estudiante como el desarrollo sostenible, lo que implica educar a las generaciones actuales para atender los problemas de las generaciones futuras (Wahono y Chang, 2019). En esta dirección se encuentra la Educación Secundaria Técnico Profesional, cuyo propósito es dotar de competencias que permitan a los estudiantes continuar aprendiendo y adaptarse a los cambios del mercado laboral, además, pretende incrementar las oportunidades de aprendizaje con el fin de favorecer la equidad social y la inclusión independiente de su género o cultura, considerando el desarrollo sostenible para las generaciones futuras (Unesco, 2023). De aquí que la presente investigación considera el enfoque STEM específicamente en la Educación Secundaria Técnico Profesional para potenciar competencias y habilidades necesarias que demanda el gran auge de tecnologías del siglo XXI.

En el ámbito de la educación técnico-profesional, los estudiantes deben transitar en el sector empresarial y es necesario trabajar asignaturas de especialidad con matemática *ad hoc* para garantizar una mejor preparación frente a los desafíos laborales, que atiendan al desarrollo de habilidades y competencias en un contexto interdisciplinario (Henríquez-Rivas *et al*., 2023). En esta línea, se destaca la relevancia de conectar disciplinas que aportan al desarrollo científico, tecnológico, matemático e ingenieril a la sociedad actual.

El desarrollo humano debe estar en sinergia con el progreso tecnológico, ya que la evidencia indica que la industria tiene cada vez más dificultades para encontrar el personal adecuado; así es de gran prioridad satisfacer las necesidades cambiantes, por lo que se busca un entorno de aprendizaje y una estructura de programas que beneficien a los estudiantes del siglo XXI (Doyle-Kent y Shanahan, 2022). Esto sustenta la relevancia de considerar un estudio que desarrolle competencias y habilidades STEM en la educación técnico-profesional, para generar un aporte al campo disciplinar.

Dado que los estudiantes de Educación Secundaria Técnico Profesional deben realizar una transición directa desde el ámbito escolar al contexto laboral y empresarial, resulta fundamental brindar una formación orientada a la comprensión de los fundamentos matemáticos que posibilitan las habilidades para la modelación matemática, especialmente en geometría y con apoyo de tecnologías digitales (Mosiiuk y Lenchuk, 2023). Esta formación es indispensable para apoyar una mejor preparación frente a los desafíos laborales (Henríquez-Rivas *et al*., 2023). Si bien estas necesidades son patentes en el ámbito de la educación técnico-profesional, aún son escasos los estudios enfocados en comprender cómo abordar el desarrollo de competencias y habilidades propias del siglo XXI, especialmente desde la modelación matemática, con énfasis en el ámbito geométrico, en estudiantes de estos niveles educativos.

De este modo, se propone como pregunta de investigación: ¿qué competencias y habilidades STEM surgen en los estudiantes de educación técnico-profesional al abordar un problema que involucra modelamiento 3D? Para dar respuesta a esta pregunta, la investigación tiene por objetivo caracterizar competencias y habilidades STEM que manifiestan estudiantes de enseñanza media técnico-profesional cuando resuelven un problema que involucra modelamiento 3D con uso de tecnología. El problema es implementado como un caso que se diseña siguiendo las orientaciones de la estrategia método de caso, a partir de un contexto cercano al perfil técnico-profesional de la especialidad de los estudiantes.

2. Marco conceptual

El marco conceptual del estudio considera tres ejes principales: enfoque STEM, habilidades y competencias transversales, y competencias de modelación. En el enfoque STEM se espera explicar cómo esta perspectiva es afín al desarrollo de habilidades del siglo XXI. En la sección dedicada a las habilidades y competencias transversales se explica la pertinencia de implementar una mirada amplia para reconocer habilidades comunes a las distintas disciplinas STEM. También se abordan las competencias de modelación matemática, identificando una mirada teórica específica para el estudio de las competencias en este ámbito.

2.1 STEM

STEM es un enfoque interdisciplinario que aborda el contexto de fenómenos o situaciones complejas, que requiere que los estudiantes utilicen conocimientos y habilidades de múltiples disciplinas, siendo las matemáticas las que influyen y contribuyen a la comprensión de ideas y conceptos de las otras disciplinas (English, 2016), preparando así a los futuros trabajadores y ciudadanos para una sociedad moderna y tecnológica (Tang y Williams, 2019).

La educación STEM permite que la investigación científica se realice mediante la tecnología y el diseño de ingeniería, utilizando tareas de diseño auténticas, donde el pensamiento matemático desempeña un papel importante como soporte del proceso (Han *et al*., 2023; Valdes-Ramirez *et al*., 2024). En este sentido, los beneficios de la educación STEM se traducen en ayudar a los estudiantes a prepararse y proyectarse en carreras STEM, aumentar el interés y el compromiso en materias STEM y desarrollar las competencias del siglo XXI (Abina *et al*., 2024; Levanova *et al*., 2020).

La educación STEM ayuda a mejorar el pensamiento creativo y determina una fuerza para impulsar el trabajo STEM competente para el futuro (Suherman *et al*., 2025). Además, en el contexto STEM, los estudiantes pueden desarrollar las habilidades del siglo XXI, como la creatividad, el pensamiento crítico, la comunicación y la colaboración, abordando problemas complejos del mundo actual (Han *et al*., 2023; Levanova *et al*., 2020).

Aravena *et al*. (2022) describen la importancia de promover habilidades STEM en conexión con las habilidades de modelación, considerando problemas en contextos culturalmente relevantes y cercanos a las carreras técnicas. Primeramente, caracterizan las habilidades científicas, las que abarcan acciones como formular hipótesis y realizar procesos investigativos. Para las habilidades tecnológicas, aborda la comunicación, representación y simulación de un objeto tecnológico. Respecto de las habilidades matemáticas, algunas de ellas refieren a la modelación e incluyen varias acciones como matematizar, interpretar, simplificar y comunicar. Finalmente, toma las habilidades ingenieriles incluyendo acciones como generar una propuesta o conclusión en el contexto abordado. Esta caracterización de habilidades STEM son usadas como referente conceptual en el presente estudio, pero no se utilizan directamente como categorías de análisis. A continuación, se explicitan las competencias que se operacionalizan para el análisis en el estudio.

2.2 Habilidades y competencias transversales

Según la Unesco (2022), la educación basada en competencias se entiende como un enfoque orientado al desarrollo de capacidades formales transferibles, que permitan a los individuos responder de manera eficaz y estratégica a las demandas de distintos contextos. Ser competente implica la habilidad para enfrentar y resolver desafíos de diversa naturaleza, capitalizando las oportunidades que estos ofrecen. En este sentido, la competencia se concibe como el resultado de una experiencia formativa intencionada, activamente construida y aprovechada por quien participa en ella. La Unesco (2016) identifica algunas competencias como: pensamiento crítico e innovador, alfabetización en torno a las tecnologías de información y habilidades interpersonales, resaltando que son necesarias para el desarrollo personal del individuo. La Unesco (2021) también define a las habilidades como una suma de conocimientos, capacidades, actitudes y estrategias disponibles para lo que se requiera, las que se derivan de las competencias descritas anteriormente.

La OCDE propone un marco en el cual considera la Definición y Selección de Competencias (DeSeCo) para fomentar el desarrollo de habilidades y competencias del siglo XXI (Ahonen y Kinnunen, 2015). Este marco se centra en la capacidad de utilizar conocimientos y competencias transversales para afrontar los retos de la vida real del siglo XXI, más que en el grado de dominio de un currículo escolar específico, y considera tres dimensiones en su estructura: informativa, comunicación y ética e impacto social (Ananiadou y Claro, 2009).

La dimensión informativa, propuesta en DeSeCo, está estrechamente ligada a STEM, ya que abordan disciplinas tecnológicas, ingenieriles, científicas y matemáticas, pero, además, describen acciones transversales, similares en cada disciplina, como realizar procesos investigativos, presentar información mediante la tecnología o simplificar la información (Ananiadou y Claro, 2009; Aravena *et al*., 2022). Estas componentes de la dimensión informativa nos permiten mirar sin fragmentación disciplinaria y son las que se usarán en el presente estudio. A continuación, se describen las competencias y habilidades de la dimensión informativa.

Tabla 1. Competencias y habilidades OCDE, propuestas por Ananiadou y Claro (2009).

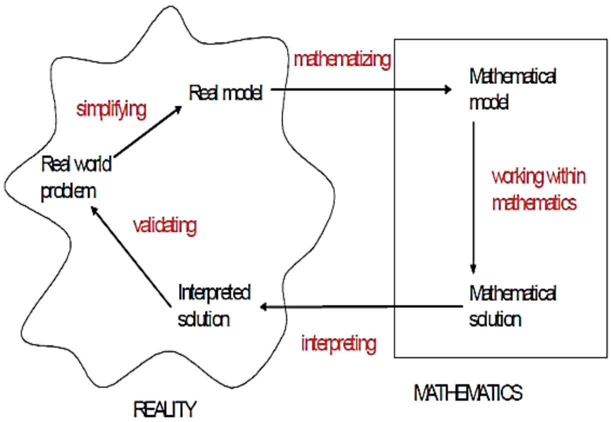
Competencias	Subcompetencias y habilidades
A. Búsqueda de información: la capacidad de encontrar y organizar la información de forma rápida y eficaz.	1. Entender y definir las necesidades de información en torno a una pregunta o cuestionamiento. 2. Identificar fuentes de información digitalmente pertinentes. 3. Búsqueda y selección de la información digital requerida de forma eficaz y eficiente teniendo en cuenta el problema a resolver. 4. Evaluar el valor y la utilidad de la fuente y de su contenido para la tarea en cuestión. 5. Almacenar y organizar los datos o la información digital de forma eficiente para que puedan ser utilizados nuevamente.
B. Información como producto: la reestructuración y modelización de la información y el desarrollo de ideas propias.	1. Transformar y desarrollar la información de diversas maneras para comprenderla mejor, comunicar de manera más efectiva a otros y desarrollar interpretaciones o ideas propias a partir de una pregunta, problema o tarea a resolver. 2. Integrar y resumir información utilizando las TIC. Analizar e interpretar información. 3. Modelar información, observar cómo funciona un modelo y las relaciones entre sus elementos. 4. Generar nueva información para desarrollar nuevas ideas.

2.3 Competencias de modelación

La perspectiva de competencias de modelación propuesta por Maaß (2006) indica que los problemas de modelado son solo un tipo específico de tareas relacionadas con la realidad, donde la modelación del problema del mundo real moviliza el tránsito entre la realidad y las matemáticas; es decir, simplificando, estructurando e idealizando problemas se obtiene un modelo real. Si la solución o el proceso elegido no resultan adecuados a la realidad, se requiere modificar algún aspecto del proceso de modelado, ajustando lo propuesto hasta lograr abordar la amplitud de los cuestionamientos, lo que genera un proceso constante de retroalimentación hasta dar con las respuestas buscadas (Rojas y Sierra, 2021). De esta manera, la comprensión de las competencias y habilidades de modelación se relaciona estrechamente con la definición del proceso de modelado, el que requiere fases o momentos desplegados a través de subcompetencias (Maaß, 2006).

A continuación, se presenta el ciclo de modelado en la figura 1.

Figura 1. Ciclo de modelación.



Fuente: MaaB (2006).

Las competencias de modelado propuestas por Maaß (2006) se describen en la tabla 2.

Tabla 2. Competencias de modelado propuestas por Maaß (2006).

Competencias	Subcompetencias
C. Problema del mundo real: competencias para comprender el problema real y establecer un modelo basado en la realidad.	1. Hacer suposiciones sobre el problema y simplificar la situación. 2. Reconocer cantidades que influyen en la situación, nombrarlas e identificar variables clave. 3. Construir relaciones entre las variables. 4. Buscar información disponible y diferenciar entre información relevante e irrelevante.
D. Modelo real: competencias para construir un modelo matemático a partir del modelo real.	1. Matematizar cantidades relevantes y sus relaciones. 2. Simplificar cantidades relevantes y sus relaciones, si es necesario, y reducir su número y complejidad. 3. Elegir notaciones matemáticas apropiadas y representar situaciones gráficamente.

Competencias	Subcompetencias
E. Modelo matemático: competencias para resolver cuestiones matemáticas dentro de este modelo matemático.	1. Utilizar estrategias heurísticas como dividir el problema en partes, establecer relaciones con problemas similares o análogos, reformular el problema, ver el problema de una forma diferente, variar las cantidades o los datos disponibles. 2. Utilizar el conocimiento matemático para resolver el problema.
F. Solución matemática: competencias para interpretar resultados matemáticos en una situación real.	1. Interpretar resultados matemáticos en contextos extramatemáticos. 2. Generalizar soluciones que se desarrollaron para una situación especial. 3. Ver soluciones a un problema utilizando lenguaje matemático apropiado y/o comunicarse sobre las soluciones.
G. Interpretación de la solución: competencias para validar la solución.	1. Comprobar y reflexionar críticamente sobre las soluciones encontradas. 2. Revisar algunas partes del modelo o repasar nuevamente el proceso de modelado si las soluciones no se ajustan a la situación. 3. Reflexionar sobre otras formas de resolver el problema o si se pueden desarrollar soluciones de manera diferente. 4. Cuestionar en general el modo.

Dado lo anterior, en esta investigación las actividades se desarrollan en un contexto que promueve el enfoque STEM y dentro de este se analizan las competencias y habilidades transversales conjuntamente con las competencias matemáticas específicas de modelación, lo que nos permite mirar de manera complementaria el desempeño de los estudiantes a lo largo de la resolución del caso.

3. Aspectos metodológicos

La metodología utilizada es de corte cualitativo, bajo el diseño de investigación-acción, donde el profesor guía el proceso de enseñanza y utiliza su autonomía para orientar el trabajo pedagógico, realizando un trabajo cíclico, en el cual se planifica, acciona, observa y reflexiona, generando participación (Romera-Iruela, 2011). A partir de este enfoque se buscó comprender en profundidad las habilidades y competencias de los estudiantes desde el rol del profesor como investigador.

3.1 Sujetos de estudio

Como sujetos de estudio se considera inicialmente un curso de 30 estudiantes de tercer año de la enseñanza secundaria (16 años) de la especialidad de turismo de un establecimiento técnico-profesional, en la comuna de Linares, Chile. La selección del curso y el establecimiento fue intencional, considerando la disponibilidad de los sujetos y la motivación de participar en el estudio. Para lograr una recolección adecuada de datos se implementaron 5 sesiones de clases en el laboratorio de computación. Para el análisis de datos se estudió el trabajo desarrollado por una dupla de estudiantes, la que fue seleccionada debido a su asistencia a todas las sesiones. Los estudiantes y apoderados accedieron de forma voluntaria a participar, indicándolo en asentimientos y consentimientos, además esta investigación fue autorizada por la dirección del establecimiento. El acta del Comité de Ética de la Universidad Católica del Maule que aprobó el proyecto es la N.° 58/2023, del cual es parte esta investigación. Estos estudiantes no poseen experiencia previa afrontando problemáticas con enfoque STEM o trabajando con el método de caso.

3.2 Método de caso

El método de caso es una herramienta de enseñanza que surge de la necesidad de preparar a los estudiantes frente a dificultades reales para obtener experiencia real, generando reflexión a partir de un caso específico y promoviendo la visualización y aplicación a casos similares que se presentarán en el futuro (Rodrigues *et al*., 2021). Esta estrategia didáctica permite a los estudiantes abordar problemas reales, garantizando que tengan una actuación concreta, ya que enfatiza la discusión y la resolución de problemas, generando un procesamiento activo y una construcción del conocimiento que da lugar a un aprendizaje activo (Passyn y Billups, 2019), favoreciendo el desarrollo de capacidades como la investigación, análisis de problemas, toma de decisiones, aplicación de conocimientos teóricos, reflexión y preparación para el mundo profesional (Aravena *et al*., 2022; Razali y Zainal, 2013). El método de caso en este estudio se emplea para diseñar el caso y las preguntas orientadoras. El caso consiste en proponer a los estudiantes una situación contextualizada en el entorno regional con el propósito de planificar un programa de vacaciones dirigido a adultos de la tercera edad, que contemple una ruta turística de visitas a patrimonios cultural y natural (para más detalles ver anexo).

El investigador tuvo la función de instructor en la clase, orientando a los estudiantes en la resolución del caso. El uso de la sala de computación buscó facilitar la investigación y búsqueda de información para lograr una solución realista del caso. El caso diseñado fue sometido a validación con tres jueces expertos con experiencia investigativa en educación matemática y modelamiento matemático, todos con el grado de doctor en Educación Matemática o Didáctica de la Matemática. El análisis permitió el ajuste de la narrativa y redacción de las preguntas. El caso se conforma de preguntas abiertas, las que han sido codificadas con letras y presentadas por orden alfabético, desde la A hasta la H. Las sesiones se planifican a partir de preguntas abiertas, las que definen competencias y habilidades esperadas, basadas tanto en las competencias transversales OCDE como en las competencias específicas de modelación de Maaß (2006). La organización de las preguntas y competencias por sesión se presentan a continuación en la tabla 3.

Tabla 3. Descripción de las sesiones de clases para abordar el caso turístico.

Sesiones consideradas en el caso (135 min cada sesión)	Pregunta y respuesta esperada	Característica de la competencia y habilidad
Sesión 1: Preguntas para la discusión	A. Investiga cuáles son los requerimientos que tendría un viaje turístico de estas características, considerando el perfil de los turistas y los lugares que visitarán. Respuesta: identificar y describir los requerimientos necesarios para llevar a cabo la labor de un guía turístico, como costos de traslado, alimentación, ubicación, entre otros. B. Investiga los principales atractivos turísticos de carácter natural y cultural de Linares que sean afines a las características y necesidades de este grupo de turistas. Respuesta: identificar y caracterizar los principales atractivos turísticos que van acorde con la necesidad de los turistas.	Se espera que los estudiantes desarrollen competencias y habilidades enfocadas en el área científica.
Sesión 2, 3 y 4: Trabajo del guía turístico	C. Diseña un mapa en un *software*, identificando dónde se encuentran los lugares que necesitan visitar. Considera cómo optimizar costos y tiempos de viaje. Respuesta: identificar los lugares en un mapa, determinando los costos y tiempos asociados al viaje turístico. D. Modela una ruta turística en un *software*, con todos los requerimientos para los adultos de la tercera edad. Respuesta: crear una ruta turística, optimizando tiempos y desplazamientos. E. Modela en 3D, en un *software*, el atractivo patrimonial más relevante para argumentar y comunicar de forma efectiva su forma y diseño a los turistas. Considera que a partir del modelo se creará un prototipo 3D que debe reflejar correctamente todas las vistas. Respuesta: construir un prototipo 3D, a partir de algunos cuerpos geométricos, como la esfera, cono, cilindro y cubo.	Busca que los estudiantes produzcan competencias y habilidades matemáticas y tecnológicas.
Sesión 5: Propuesta de solución	F. Un afiche informativo utilizando TIC para difundir la ruta turística diseñada. Respuesta: crear un afiche informativo utilizando TIC y otros recursos multimedia. G. Una propuesta para diseñar rutas turísticas dependiendo de los tipos de turistas. Respuesta: proponer un modelo para abordar problemáticas similares. H. Mapa con los atractivos turísticos de carácter natural y cultural de Linares.	Estas preguntas buscan el desarrollo de competencias y habilidades ingenieriles y tecnológicas.

Las respuestas a las preguntas, que conforman los datos de la investigación, se recopilaron siguiendo las estrategias descritas en la tabla 4.

Tabla 4. Tipo de recolección de datos por pregunta.

Pregunta	Recolección de datos
A-B	Respuestas escritas y notas de campo del investigador
C-D-E	Registros digitales y audiovisuales
F-G-H	Registros digitales y audiovisuales

3.3 Análisis de los datos

Se utiliza un análisis de contenido cualitativo a través del uso de categorías y subcategorías (Mayring, 2015). Para organizar la codificación y el análisis se utilizó Excel, por su facilidad para gestionar y cuantificar variables nominales. El análisis se lleva a cabo mediante el uso de tablas, diagramas y gráficos, estructurando las hojas de cálculo para profundizar el análisis (Amozurrutia y Servós, 2011).

Las categorías de análisis corresponden a las competencias transversales propuestas por la OCDE y las competencias específicas de modelación propuestas por Maaß (2006). A continuación, se muestra el código y descripción para cada categoría y subcategoría (tabla 5).

Tabla 5. Códigos de las categorías (competencias) y subcategorías (subcompetencias).

Descripción de categoría	Código y descripción de la subcategoría	Pregunta
A: La capacidad de encontrar y organizar la información de forma rápida y eficaz	A1: Entender y definir las necesidades de información en torno a una pregunta o cuestionamiento. A2: Identificar fuentes de información digitalmente pertinentes. A3: Búsqueda y selección de la información digital requerida de forma eficaz y eficiente teniendo en cuenta el problema a resolver. A4: Evaluar el valor y la utilidad de la fuente y de su contenido para la tarea en cuestión. A5: Almacenar y organizar los datos o la información digital de forma eficiente para que puedan ser utilizados nuevamente.	A-B-C-D-F-G-H
B: La reestructuración y modelización de la información y el desarrollo de ideas propias	B1: Transformar y desarrollar la información de diversas maneras para comprenderla mejor, comunicar de forma más efectiva a otros y desarrollar interpretaciones o ideas propias a partir de una pregunta, problema o tarea a resolver. B2: Integrar y resumir información utilizando las TIC. Analizar e interpretar información. B3: Modelar información, observar cómo funciona un modelo y las relaciones entre sus elementos. B4: Generar nueva información para desarrollar nuevas ideas.	A-B-C-D-F-G-H

C: Problema del mundo real: competencias para comprender el problema real y establecer un modelo basado en la realidad	C1: Hacer suposiciones sobre el problema y simplificar la situación. C2: Reconocer cantidades que influyen en la situación, nombrarlas e identificar variables clave. C3: Construir relaciones entre las variables. C4: Buscar información disponible y diferenciar entre información relevante e irrelevante.	E (pregunta que aborda el modelado 3D)
D: Construir un modelo matemático a partir del modelo real	D1: Matematizar cantidades relevantes y sus relaciones. D2: Simplificar cantidades relevantes y sus relaciones, si es necesario, y reducir su número y complejidad. D3: Elegir notaciones matemáticas apropiadas y representar situaciones gráficamente.	E
E: Resolver cuestiones matemáticas dentro de este modelo matemático	E1: Utilizar estrategias heurísticas como dividir el problema en partes, establecer relaciones con problemas similares o análogos, reformular el problema, ver el problema de una forma diferente, variar las cantidades o los datos disponibles. E2: Utilizar el conocimiento matemático para resolver el problema.	E
F: Interpretar resultados matemáticos en una situación real	F1: Interpretar resultados matemáticos en contextos extramatemáticos. F2: Generalizar soluciones que se desarrollaron para una situación especial. F3: Ver soluciones a un problema utilizando lenguaje matemático apropiado y/o comunicarse sobre las soluciones.	E
G: Validar la solución	G1: Comprobar y reflexionar críticamente sobre las soluciones encontradas. G2: Revisar algunas partes del modelo o repasar nuevamente el proceso de modelado si las soluciones no se ajustan a la situación. G3: Reflexionar sobre otras formas de resolver el problema o si se pueden desarrollar soluciones de manera diferente. G4: Cuestionar en general el modo.	E

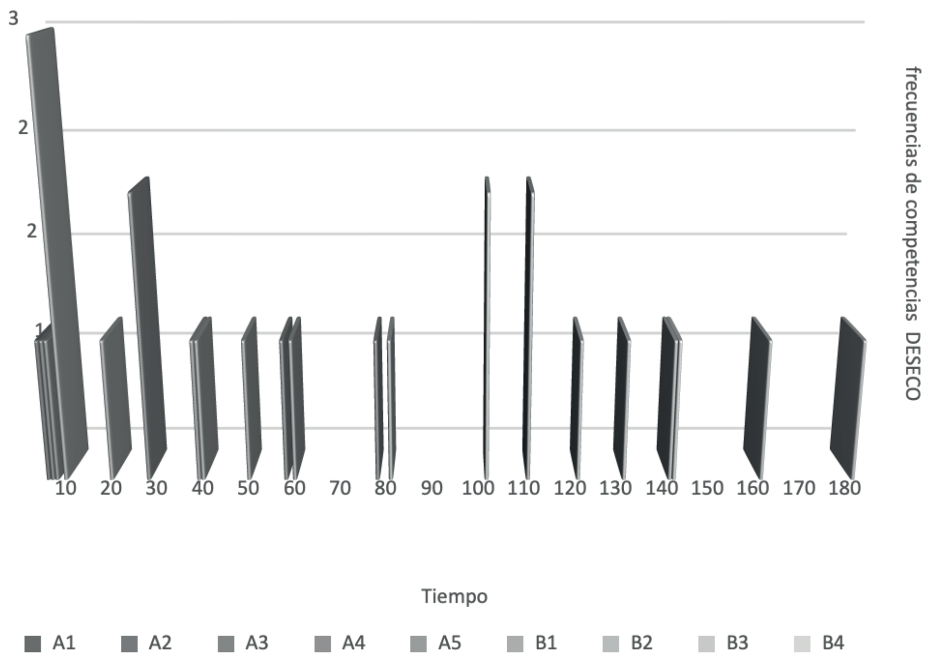
4. Resultados

A continuación, se presentan los resultados del estudio, donde se dará respuesta a la pregunta de investigación propuesta.

4.1 Competencias OCDE

Cada etapa del caso se fue desarrollando hasta dar una propuesta de solución. Para analizar las competencias propuestas por la OCDE se grabó el desarrollo del caso, considerando las sesiones 1, 2, 3, 4 y 5, que suman en total 180 min de grabación. Se evidencian los resultados a través de la figura 2.

Figura 2. Competencias OCDE observadas.



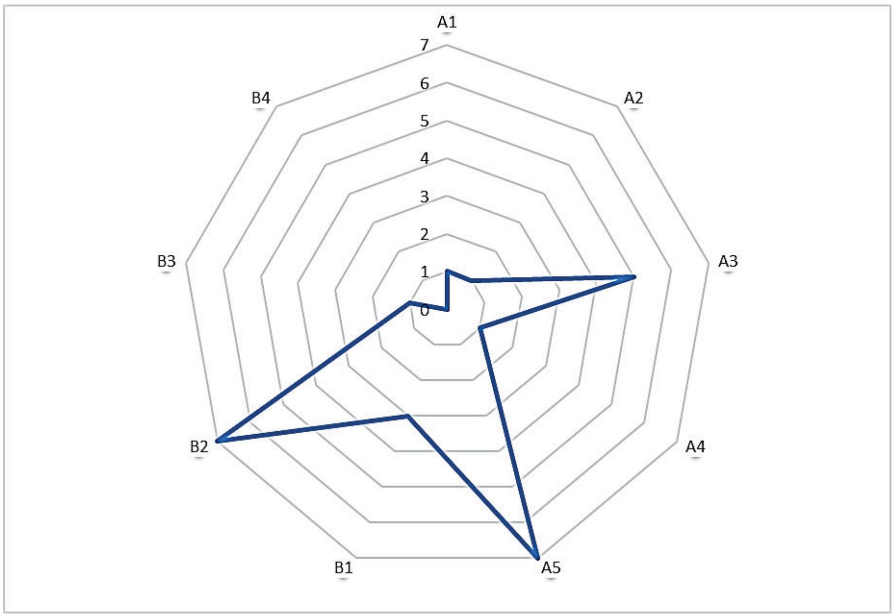
Fuente: elaboración propia.

Las competencias relacionadas a la capacidad de encontrar y organizar la información de forma rápida y eficaz (A) se observan en barras cilíndricas, y las competencias que abordan la reestructuración y modelización de la información y el desarrollo de ideas propias (B) se presentan en barras de cono. En las sesiones 1, 2 y 3 de desarrollo del caso se evidenció que la subcompetencia A3 (búsqueda y selección de información digital requerida de manera eficaz y eficiente teniendo en cuenta el problema a resolver) era abordada de forma periódica; los estudiantes estuvieron en una constante búsqueda de las variables que influyen en un paquete turístico, entre las cuales se encontraba estadía, traslado, atractivos turísticos y gastronomía.

Otro ámbito relevante es que las competencias de categoría A se presentan en las primeras sesiones. Posteriormente, los estudiantes en la última sesión manifestaron las competencias de la categoría B, siendo B2 la subcompetencia trabajada de manera más regular (integrar y resumir información utilizando las TIC). Esto se evidenció cuando la dupla recopiló y organizó toda la información de traslados, gastronomía, estadía y atractivos turísticos utilizando recursos tics, para luego complementar añadiendo fotografías y nueva información que les permitiera generar un paquete turístico.

En la figura 3 se muestra un gráfico radial de las subcompetencias observadas al momento de desarrollar el caso propuesto a lo largo de todas las sesiones (1, 2, 3, 4 y 5).

Figura 3. Frecuencia de subcompetencias OCDE observadas al desarrollar el caso.



Fuente: elaboración propia.

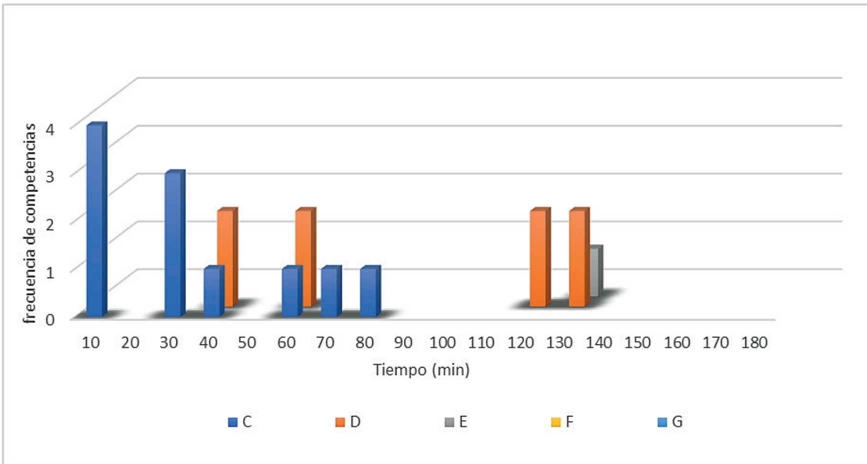
En la figura 3 se evidencian tendencias en tres tipos de subcompetencias. Primeramente, en la competencia de tipo A, tenemos 2 subcompetencias que resaltan por su frecuencia, las que son búsqueda y selección de la información digital requerida de forma eficaz y eficiente teniendo en cuenta el problema a resolver (A3), y almacenar y organizar los datos o la información digital de manera eficiente para que puedan ser utilizados nuevamente (A5). Estas categorías destacadas se condicen con el tipo de caso propuesto, ya que las preguntas apuntaban a la búsqueda de información, producción de procesos de investigación y elaboración de una propuesta práctica.

Para las competencias de tipo B, se observa con mayor énfasis la subcompetencia B2 (integrar y resumir información utilizando las TIC), ya que los estudiantes tuvieron que integrar la información recopilada y crear una página web para publicitar las rutas turísticas.

4.2 Competencias del modelado matemático del caso

Para analizar las competencias de modelado matemático propuestas por Maaß (2006), se utilizaron los mismos registros audiovisuales de las sesiones 1, 2, 3, 4 y 5. A continuación, se presentan los resultados en la figura 4.

Figura 4. Frecuencias de competencias de modelado matemático.



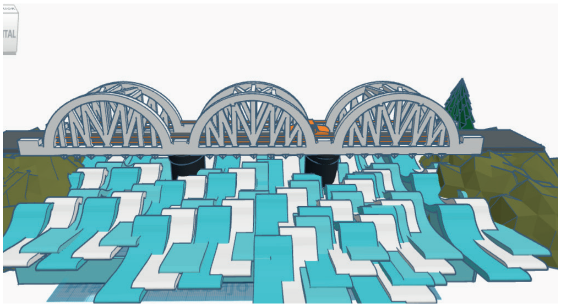
Fuente: elaboración propia.

Al analizar los registros con ciclo de modelado matemático propuesto por Maaß (2006), se evidenció con mayor frecuencia las competencias que abordan la comprensión del problema real y establece un modelo basado en la realidad (C). Esto se debe a que estas competencias están asociadas a la búsqueda de información, a identificar y relacionar las variables en estudio. También se evidenció que el grupo de estudio transitó por las competencias de construcción de un modelo matemático a partir de uno real (D). En esta parte los estudiantes matematizaron las variables de estadía, gastronomía, atractivos turísticos y traslados, fijando costos y determinando el valor de estos por cada persona. Con respecto a las competencias que abordan la resolución de cuestiones matemáticas dentro de este modelo matemático (E), se observó un escaso tránsito ya finalizando el problema. Por último, las competencias para interpretar resultados matemáticos en una situación real (F) y para validar la solución (G) no se observaron. Esto produjo que el modelado matemático tuviera deficiencias como, por ejemplo, determinar de forma errónea el costo de traslado por persona, ya que no se cuestionó la pertinencia del resultado ni se volvió a revisar la solución numérica propuesta.

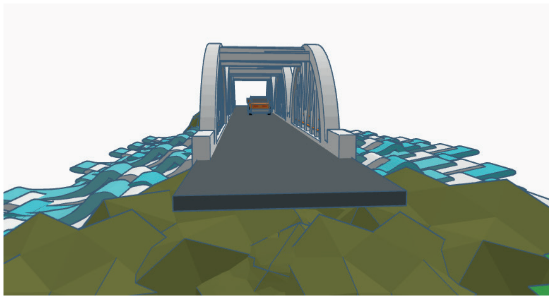
4.3 Competencias del modelado 3D

Los estudiantes, al diseñar el paquete turístico, debieron modelar el atractivo cultural más relevante de la provincia de Linares, con el fin de generar un relato turístico, histórico y matemático de este, por lo que construyeron un modelo 3D de este atractivo utilizando Tinkercad, como se muestra en la figura 5.

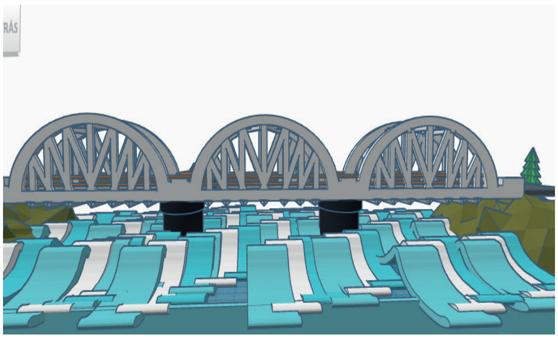
Figura 5. Vistas del puente Tres Arcos Cordillerano de Linares utilizando Tinkercad.



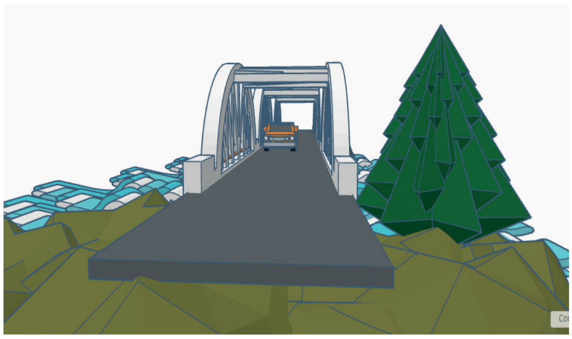
Vista frontal del modelo 3D



Vista izquierda del modelo 3D



Vista posterior del modelo 3D

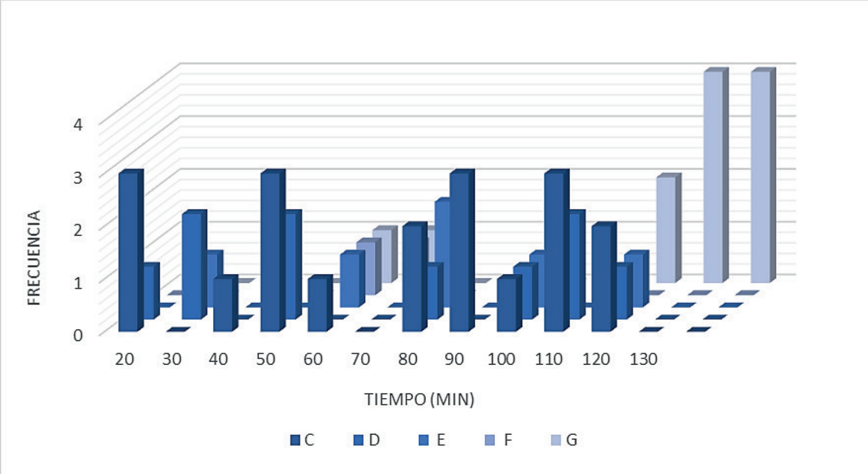


Vista derecha del modelo 3D

Fuente: capturas de pantalla tomadas a partir de las producciones de los estudiantes.

El desarrollo de este trabajo se registró de forma audiovisual y corresponde a la sesión 4. El análisis se realizó utilizando las competencias de modelado matemático propuestas por Maaß (2006), como se muestra en la figura 6.

Figura 6. Frecuencias de competencias de modelado matemático al modelar en 3D durante la sesión 4.

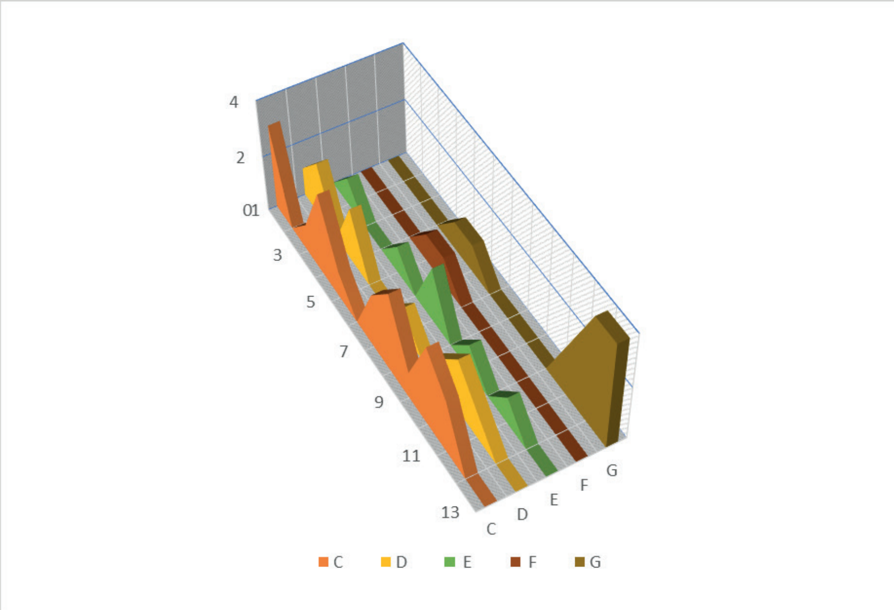


Fuente: elaboración propia.

Las competencias de modelación descritas por Maaß (2006) se observaron en todo el proceso de modelado 3D. Estas no fueron ocurriendo de forma lineal, como se podría considerar a partir del diagrama del ciclo de modelado (figura 2), sino que surgieron de manera recursiva e intermitente. De este modo, las competencias de modelado, como C y D, se repiten en casi todo el registro de la sesión 4 (130 min). Esto sugiere que los procesos cognitivos del grupo de estudio no siguen una secuencia continua al momento de diseñar el prototipo 3D, aunque sí pasan por todas las habilidades del ciclo en su plenitud. Otro aspecto fundamental es que se evidencian tendencias en cada etapa del ciclo de modelado, donde las competencias comprender el problema (C) y construir el modelo (D) tienden a estar en la primera mitad de la sesión, y las competencias para interpretar (F) o validar la solución (G) tienden a estar en la segunda mitad del modelado.

Otro aspecto relevante a destacar es que se presentó un comportamiento sistemático en la expresión de habilidades y competencias de modelado matemático, lo cual podría indicar que el modelamiento en 3D utilizando Tinkercad promueve de forma continua las competencias. A continuación, se muestra en la figura 7.

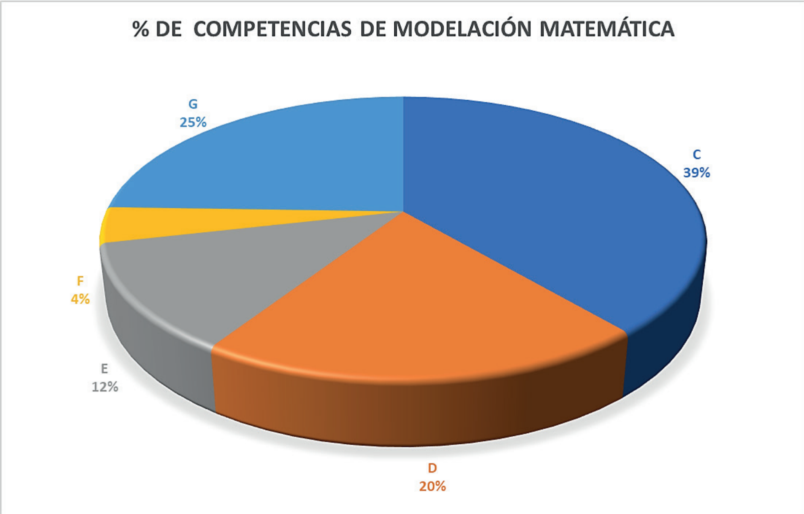
Figura 7. Progresión de aparición de las competencias de modelado matemático al modelar en 3D durante la sesión 4.



Fuente: elaboración propia.

Como se evidencia en la figura 7, las competencias que abordan la validación de la solución (G) posee una clara tendencia a aumentar su frecuencia en la parte final del proceso de modelado. Otro punto relevante a destacar es que las competencias matemáticas en general se presentan de forma frecuente a través de toda la sesión. Este punto es relevante, ya que permite dimensionar la fortaleza de utilizar un *software* especializado en modelación 3D, como Tinkercad, para desarrollar competencias de modelado matemático. A continuación, en la figura 8 se observan las proporciones en las que se presentan las competencias que manifiestan los estudiantes al elaborar sus propuestas de modelado en 3D.

Figura 8. Porcentaje de competencias de modelado al utilizar Tinkercad y modelar en 3D.



Fuente: elaboración propia.

Los resultados arrojan una predominancia de las competencias para comprender el problema (C) y construir el modelo (D), con escasa presencia de las competencias para resolver problemas matemáticos 12% (E) e interpretar los resultados matemáticos 4% (F). Esto se podría deber a que el modelamiento 3D pone énfasis en construir un prototipo semejante al real, a través de cuerpos geométricos conocidos. Las subcompetencias para interpretar los resultados incluyen: interpretar resultados (F1), generalizar soluciones (F2) y ver soluciones utilizando el lenguaje matemático (F3). Respecto de la débil presencia de competencias tipo F, esto podría deberse a que Tinkercad es un *software* que no potencia ni demanda del uso de lenguaje matemático para construir el modelo 3D.

5. Discusión

A continuación, se presenta una discusión del análisis de los resultados obtenidos en este estudio. Se organiza en tres secciones: competencias OCDE, competencias de modelado matemático del caso y competencias específicas de modelado matemático 3D.

Con respecto a las competencias OCDE, se observaron tendencias importantes en dos subcompetencias, la primera referida a la búsqueda y selección de información (A3) y la segunda, asociada a la integración y resumen de la información (B2). Ambas están ligadas con el método de caso, el cual propició su desarrollo a través de las preguntas abiertas abordadas. Estas preguntas promovieron la discusión y el diálogo entre los estudiantes, quienes buscan sus propias opciones para dar respuesta a la problemática presentada (Rollag, 2010). El método de caso permitió que los estudiantes recrearan una experiencia real (Rodrigues *et al.*, 2021) y afín con su especialidad de formación técnica. Así, pudieron evocar variables reales y cercanas a su contexto, como gastos de traslado, estadía o alojamiento, entre otros, para desempeñar la función de guías turísticos. Otro punto fundamental fue la actuación concreta de los estudiantes en la búsqueda de información, lo que generó un pensamiento activo para construir conocimiento (Passyn y Billups, 2019) y les permitió avanzar en el desarrollo de habilidades específicas en su formación como guías turísticos.

En cuanto a las competencias de modelado matemático del caso, presentó errores y dificultades por parte de los estudiantes en el cálculo del costo total del paquete turístico, ya que no manifestaron las competencias de interpretación de resultados matemáticos (F) y validación de la solución (G), como se observa en la figura 4. Una de las posibles razones para estas ausencias podría estar en la falta de experiencia previa de los estudiantes respecto del uso de herramientas heurísticas para resolver el problema, sumado a la misión de conocimiento matemático adquirido en su formación escolar (Aravena *et al.*, 2013). Otra razón probable está en las dificultades para movilizar sus conocimientos aritméticos previos en problemas no rutinarios, dado que las estrategias pedagógicas docentes raramente incluyen aplicaciones a problemáticas reales (Aravena *et al.*, 2013). Asimismo, al abordar la modelación, se evidenció la escasa aplicación de competencias asociadas a la matematización (términos, ecuaciones, figuras, diagramas y funciones) en el proceso de búsqueda de la solución, aunque la matematización es fundamental en la resolución de problemas. Esta menor activación de la matematización se asocia con los obstáculos que presentan los estudiantes para modelar problemáticas reales, ya que estas no se propician en los sistemas regulares de educación, que tienden a medir el aprendizaje a través de pruebas escritas (Greefrth, 2020).

Respecto a la modelación 3D, el caso buscaba desarrollar competencias para resolver cuestiones matemáticas dentro de un modelo matemático (E), que requiere de la aplicación de conocimientos previos, en este caso principalmente geométricos o algebraicos. En la implementación se observó que los estudiantes no manifestaron adecuadamente esta competencia, lo que coincide con lo planteado por Aravena *et al.* (2013), en relación a que los estudiantes no poseen una sólida formación en esta área de la matemática. La otra competencia que se manifestó escasamente fue interpretar resultados matemáticos en una situación real (F), ya que era primera vez que los estudiantes trabajaban modelando en 3D. Dado que la habilidad para interpretar la realidad en problemas cotidianos requiere tiempo, puede resultar esperable observar esta dificultad cuando se incorporan herramientas nuevas a los procesos de formación escolar.

6. Conclusión

El estudio buscó caracterizar competencias y habilidades STEM que manifiestan estudiantes de Enseñanza Media Técnico Profesional, a través de la comprensión y resolución de un caso afín al ámbito de la especialidad de técnico en turismo. Dadas las características del caso y la forma de trabajo en parejas a lo largo de las sesiones de clases, los estudiantes manifestaron principalmente habilidades transversales, como la capacidad para organizar y comunicar información, diseñando modelos 3D a través del uso de tecnologías y el trabajo colaborativo.

La herramienta Tinkercad vinculó el contexto de organizar un recorrido turístico con los cuerpos geométricos, a partir del diseño de un prototipo 3D de un monumento cultural, incentivando las competencias de modelado geométrico y favoreciendo la creatividad para proponer sus propias soluciones. En este sentido, si bien no ha sido el propósito específico de este estudio, consideramos que este tipo de experiencias de aprendizaje facilita la inclusión educativa, pues promueve y valora la diversidad de estrategias y propuestas de solución, estrechando las brechas de aprendizaje en el aula escolar.

6.1 Proyección de la investigación

Destacar las amplias competencias de modelado matemático y las competencias propuestas por la OCDE que desarrollaron los estudiantes a través del diseño de caso, el cual propició la integración de disciplinas de tipo STEM, vinculando las habilidades a una o varias competencias definidas en este estudio. Por ello, sería conveniente utilizar el método de caso en otras carreras técnicas para potenciar las habilidades y competencias necesarias para desenvolverse en el siglo XXI. Los hallazgos del presente estudio demuestran que es factible implementar estrategias innovadoras de enseñanza y aprendizaje en el aula de matemáticas de Educación Secundaria Técnico Profesional, que apuntan a la integración de saberes para el mundo del trabajo. Asimismo, se avizora la necesidad de continuar explorando cómo se relaciona el desarrollo de competencias transversales y competencias específicas cuando los estudiantes enfrentan casos o problemas reales, con el propósito de evaluar la replicabilidad, transferencia o adaptación crítica de estas experiencias a procesos formativos de otras especialidades técnicas. Todos estos elementos ofrecen insumos para la toma de decisiones desde las políticas y normativas curriculares.

6.2 Limitaciones de estudio

Una de las limitaciones constituye el análisis de una sola dupla de trabajo, debido a la asistencia irregular de los estudiantes, lo que no nos permite comparar el desempeño entre grupos para mirar con mayor amplitud la forma en la que se manifiestan las competencias. Otro aspecto que complejizó la implementación del caso fue el tiempo que se requirió para lograr observar el desarrollo de competencias y habilidades. Esto podría ser una limitante para incorporar el enfoque STEM bajo el método de casos en el aula escolar común, dadas las demandas de cobertura curricular a la que están sujetas las instituciones educativas.

7. Agradecimientos

Los autores agradecen el financiamiento entregado por ANID - Proyecto Fondecyt Regular N.° 1230865, cuya investigadora responsable es la tercera autora.

8. Referencias bibliográficas

Abina, A., Temeljotov Salaj, A., Cestnik, B., Karalič, A., Ogrinc, M., Kovačič Lukman, R. y Zidanšek, A. (2024). Challenging 21st-Century Competencies for STEM Students: Companies' Vision in Slovenia and Norway in the Light of Global Initiatives for Competencies Development. *Sustainability*, *16*(3), 1295. https://doi.org/10.3390/su16031295

Ahonen, A. K. y Kinnunen, P. (2015). How do students value the importance of twenty-first century skills? *Scandinavian Journal of Educational Research*, *59*(4), 395-412. http://dx.doi.org/10.1080/00313831.2014.904423

Akerson, V. L., Burgess, A., Gerber, A., Guo, M., Khan, T. A. y Newman, S. (2018). Disentangling the meaning of STEM: Implications for science education and science teacher education. *Journal of Science Teacher Education*, *29*(1), 1-8. https://doi.org/10.1080/1046560X.2018.1435063

Amozurrutia, J. A. y Servós, C. M. (2011). Excel spreadsheet as a tool for social narrative analysis. *Quality & Quantity*, *45*, 953-967. https://doi.org/10.1007/s11135-010-9406-9

Ananiadou, K. y Claro, M. (2009). 21st Century Skills and Competences for New Millennium Learners in OECD Countries. *OECD Education Working Papers*, (41), OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/218525261154.

Aravena Díaz, M. D., Díaz Levicoy, D., Rodríguez Alveal, F. y Cárcamo Mansilla, N. (2022). Estudio de caso y modelado matemático en la formación de ingenieros. Caracterización de habilidades STEM. *Ingeniare. Revista Chilena de Ingeniería*, *30*(1), 37-56. https://doi.org/10.4067/s0718-33052022000100037

Aravena-Díaz, M. y Caamaño-Espinoza, C. (2013). Niveles de razonamiento geométrico en estudiantes de establecimientos municipalizados de la Región del Maule: Talca, Chile. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *16*(2), 179-211. https://doi.org/10.12802/relime.13.1621

Cico, O., Jaccheri, L., Nguyen-Duc, A. y Zhang, H. (2021). Exploring the intersection between software industry and Software Engineering education-A systematic mapping of Software Engineering Trends. *Journal of Systems and Software*, *172*, 110736. https://doi.org/10.1016/j.jss.2020.110736

Doyle-Kent, M. y Shanahan, B. W. (2022). The development of a novel educational model to successfully upskill technical workers for Industry 5.0: Ireland a case study. *IFAC PapersOnLine*, *55*(39), 425-430. https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2022.12.072

English, L. D. (2016). STEM education K-12: Perspectives on integration. *International Journal of STEM Education*, *3*(1), 1-8. https://doi.org/10.1186/s40594-016-0036-1

Espinoza, L., Vergara, A. y Valenzuela, D. (2017). La geometría escolar en crisis: Una confront-ación con la olvidada "Óptica de Euclides". *Revista Premisa*, *19*(74), 22-34.

Ferrada, C., Díaz-Levicoy, D., Salgado-Orellana, N. y Parraguez, R. (2021). Propuesta de actividades STEM con Bee-bot en matemática. *Edma 0-6: Educación Matemática En La Infancia*, *8*(1), 33-43.

Gómez-Calalán, J. y Andrade-Molina, M. (2022). Discordancias del currículo escolar: Homotecia más allá de la proporcionalidad. *Revista Chilena de Educación Matemática*, *14*(1), 31-42. https://doi.org/10.46219/rechiem.v14i1.105

Greefrath, G. (2020). Competencia en modelización matemática. Selección de desarrollos actuales de investigación. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (17), 38-51. https://doi.org/10.35763/aiem.v0i17.303

Gurmu, F., Tuge, C. y Hunde, A. B. (2024). Effects of GeoGebra-assisted instructional methods on students' conceptual understanding of geometry. *Cogent Education*, *11*(1). https://doi.org/10.1080/2331186X.2024.2379745

Han, J., Kelley, T. y Knowles, J. G. (2023). Building a sustainable model of integrated stem education: Investigating secondary school STEM classes after an integrated STEM project. *International Journal of Technology and Design Education*, *33*(4), 1499-1523. https://doi.org/10.1007/s10798-022-09777-8

Henríquez-Rivas, C., Verdugo-Hernández, P. y Valenzuela-Barrera, Y. (2023). Trabajo matemático de estudiantes de educación técnica profesional en un contexto interdisciplinar. *Uniciencia*, *37*(1), 457-480. http://dx.doi.org/10.15359/ru.37-1.25

Labra, J. A. y Vanegas, C. M. (2022). Desarrollo del razonamiento geométrico de estudiantes de enseñanza media cuando abordan el concepto de homotecia. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. RELIME*, *25*(1), 93-120. https://doi.org/10.12802/relime.22.2514

Levanova, E. A., Galustyan, O. V., Seryakova, S. B., Pushkareva, T. V., Serykh, A. B. y Yezhov, A. V. (2020). Students' Project Competency within the Framework of STEM Education. *International Journal of Emerging Technologies in Learning (iJET*), *15*(21), 268-276. https://doi.org/10.3991/ijet.v15i21.15933

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM. Mathematics Education*, *38*(2), 113-142. https://doi.org/10.1007/BF02655885

Marmolejo Avenia, G. A. y Vega Restrepo, M. B. (2012). La visualización en las figuras geométricas: Importancia y complejidad de su aprendizaje. *Educación Matemática*, *24*(3), 7-32. https://doi.org/10.24844/EM2402.01

Mayring, P. (2015). Qualitative Content Analysis: Theoretical Background and Procedures. En Bikner-Ahsbahs, A., Knipping, C. y Presmeg, N. (eds.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education. Advances in Mathematics Education* (pp. 365-380). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6_13

Moral-Sánchez, S. N., Sánchez-Compaña, M.ª. T. y Romero, I. (2022). Geometry with a STEM and Gamification Approach: A Didactic Experience in Secondary Education. *Mathematics*, *10*(18), 3252. https://doi.org/10.3390/math10183252

Mosiiuk, O. O. y Lenchuk, I. G. (2023). Constructive geometry in implementations of modern 3D graphics. *Information Technologies and Learning Tools, 94*(2), 19-37. https://doi.org/10.33407/itlt.v94i2.5157

Passyn, K. A. y Billups, M. J. (2019). How to improve written case analysis and reduce grading time: The one-page, two-case method. *Journal of Marketing Education*, *41*(3), 215-229. https://doi.org/10.1177/0273475319826621

Razali, R. y Zainal, D. A. P. (2013). Assessing students' acceptance of case method in software engineering education–a survey. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *93*, 1562-1568. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2013.10.082

Rodrigues, H., De Arêa Leão Júnior, T. y Simão Cardoso, F. (2021). Método do caso como ferramenta de transformação da educação jurídica brasileira. *Revista Brasileira de Direito*, *17*(1), e4050. https://doi.org/10.18256/2238-0604.2021.v17i1.4050

Rojas, C. y Sierra, T. Á. (2021). Restricciones institucionales que dificultan la modelización espacio-geométrica en la enseñanza secundaria. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (20), 41-63. https://doi.org/10.35763/aiem20.4031

Rollag, K. (2010). Teaching business cases online through discussion boards: Strategies and best practices. *Journal of Management Education*, *34*(4), 499-526. https://doi.org/10.1177/1052562910368940

Romera-Iruela, M. J. (2011). La investigación-acción en la formación del profesorado. *Revista Española de Documentación Científica*, *34*(4), 597-614. https://doi.org/10.3989/redc.2011.4.836

Siles, T. (2024). Situación adidáctica para el tránsito de la homotecia en el plano euclidiano a la homotecia vectorial. *Revista Chilena de Educación Matemática*, *16*(3), 89-107. https://doi.org/10.46219/rechiem.v16i3.167

Suherman, S., Vidákovich, T., Mujib, M., Hidayatulloh, H., Andari, T. y Susanti, V. D. (2025). The Role of STEM Teaching in Education: An Empirical Study to Enhance Creativity and Computational Thinking. *Journal of Intelligence*, *13*(7), 88. https://doi.org/10.3390/jintelligence13070088

Tang, K. S. y Williams, P. J. (2019). STEM literacy or literacies? Examining the empirical basis of these constructs. *Review of Education*, *7*(3), 675-697. https://doi.org/10.1002/rev3.3162

Unesco. (2016). *Assessment of transversal competencies: policy and practice in the Asia-Pacific region*. https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000246590.locale=en

Unesco. (2021). Competencias y habilidades digitales. Author. *UNESCO Office Montevideo and Regional Bureau for Science in Latin America and the Caribbean United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization*. https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000380113?posInSet=4&queryId=09e6e0a3-f371-4bb2-9607-f2f326bff52d

Unesco. (2022). *Curriculum on the move, thematic notes n° 11*. https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000382625_spa.locale=en

Unesco. (2023). *Objetivos de Desarrollo Sostenible*. https://www.un.org/sustainabledevelopment/es/education/

Valdes-Ramirez, D., De Armas Jacomino, L., Monroy, R. y Zavala, G. (2024). Assessing sustainability competencies in contemporary STEM higher education: a data-driven analysis at Tecnológico de Monterrey. *Frontiers in Education*, 9. https://doi.org/10.3389/feduc.2024.1415755

Wahono, B. y Chang, C. Y. (2019). Assessing teacher's attitude, knowledge, and application (AKA) on STEM: An effort to foster the sustainable development of STEM education. *Sustainability*, *11*(4), 950. https://doi.org/10.3390/su11040950

Wang, J. y Paine, L. W. (2023). Influence of centralized curriculum on Chinese beginning teachers' geometry lessons. *Teaching and Teacher Education*, *123*, 103988. https://doi.org/10.1016/j.tate.2022.103988

Weigand, H. G., Hollebrands, K. y Maschietto, M. (2025). Geometry education at secondary level–a systematic literature review. *ZDM–Mathematics Education*, 1-15. https://doi.org/10.1007/s11858-025-01703-1

Yarin, Y. y Chinchay, H. E. G. (2023). La realidad virtual y su efecto en la habilidad espacial:

un caso de estudio enfocado en la enseñanza de la geometría descriptiva. *Revista de Educación a Distancia (RED)*, *23*(73). http://dx.doi.org/10.6018/red.540091

Yuste, P. (2010). Learning mathematics through its history. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, *2*(2), 1137-1141, https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.03.161

Ziatdinov, R. y Valles Jr., J. R. (2022). Synthesis of modeling, visualization, and programming in GeoGebra as an effective approach for teaching and learning STEM topics. *Mathematics*, *10*(3), 398. https://doi.org/10.3390/math10030398

9. Anexo: diseño del caso turístico

Caso: Programa "Vacaciones Tercera Edad" de Sernatur, permite que las y los-vecinos tengan un viaje a la región del Maule

El próximo 5 de noviembre emprenderán rumbo las personas mayores que se inscribieron en el increíble paseo que gestionó la Unidad del Adulto Mayor junto al Servicio Nacional de Turismo (Sernatur) en la provincia de Linares, donde 24 vecinos y vecinas de la comuna de San Bernardo viajarán por 5 días y 4 noches, disfrutando de traslado ida y vuelta, alojamiento, alimentación, guía turístico y acceso a 2 tours.

Funcionaria y encargada del viaje, comentó que será maravilloso, donde conocerán algunos atractivos turísticos como las termas de Panimávida y la ruta de las iglesias o las artesanías de crin de caballo. Además, mencionó que alojarán en Hotel Santa María de Panimávida, ya que posee una muy buena recepción y gastronomía.

Figura 1: Vecinos de la comuna de San Bernardo

Preguntas para la discusión

De acuerdo a la información recopilada:

a. Investiga cuáles son los requerimientos que tendría un viaje turístico de estas características, considerando el perfil de los turistas y los lugares que visitarán.

b. Investiga los principales atractivos turísticos de carácter natural y cultural de Linares que sean afines a las características y necesidades de este grupo de turistas.

Trabajo del guía turístico

a. Diseña un mapa en un software, identificando donde se encuentran los lugares que necesitan visitar. Considera cómo optimizar costos y tiempos de viaje.

b. Modela una ruta turista en un software, con todos los requerimientos para los adultos de la tercera edad.

c. Modela en 3D en un software, el atractivo patrimonial más relevante para argumentar y comunicar de forma efectiva su forma y diseño a los turistas. Considera que a partir del modelo se creará un prototipo 3D que debe reflejar correctamente todas las vistas.

Propuesta de solución

Elabore una propuesta de solución que aborde:

a. Un afiche informativo utilizando TIC para difundir la ruta turística diseñada.

b. Una propuesta para diseñar rutas turísticas dependiendo de los tipos de turistas.

c. Mapa con los atractivos turísticos de carácter natural y cultural de Linares.

UCMAULE

REVISTA ACADÉMICA

Talca, Chile, julio-diciembre, 2025. N° 69. I.S.S.N: 0719-9872

Recopilado: 08-05-2025 | Aceptado: 03-10-2025 | Publicado: 20-12-2025

DESARROLLO DEL CONOCIMIENTO TPACK MEDIANTE APLICATIVOS MÓVILES DE ROBÓTICA EDUCATIVA: PERCEPCIONES DOCENTES E IMPACTO EN LA ACTITUD HACIA LAS MATEMÁTICAS

DEVELOPING TPACK KNOWLEDGE THROUGH EDUCATIONAL ROBOTICS MOBILE APPS: TEACHER PERCEPTIONS AND IMPACT ON ATTITUDE TOWARDS MATHEMATICS

ESTUDIO

CÉSAR HERNÁNDEZ SUÁREZ
Universidad Francisco de Paula Santander
Cúcuta, Colombia
cesaraugusto@ufps.edu.co
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-7974-5560

JANZ JARAMILLO BENÍTEZ
Universidad Francisco de Paula Santander
Cúcuta, Colombia
janzeliasjb@ufps.edu.co
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5988-2699

JOSÉ ARGUELLO ALBA
Universidad Franscisco de Paula Santander
Cúcuta, Colombia
josealexanderaa@ufps.edu.co
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3940-6297

Resumen

Frente a los desafíos persistentes en la motivación para el aprendizaje de las matemáticas, la robótica educativa emerge como una herramienta de alto impacto. Sin embargo, su éxito depende tanto de la receptividad estudiantil como de la apropiación docente. Por ello, esta investigación adopta un enfoque mixto para evaluar de manera integral la implementación de una aplicación de robótica en un estudio de caso con estudiantes y docentes en una muestra de instituciones de educación básica primaria de Cúcuta (Colombia), examinando dos ejes principales: 1) el cambio en la actitud de los estudiantes y 2) las percepciones y estrategias de los docentes. Mediante un diseño cuantitativo pretest-postest, se encontró una mejora estadísticamente significativa en la actitud de los estudiantes hacia la disciplina. De forma paralela, a través de un análisis cualitativo de entrevistas a docentes, se identificaron sus percepciones sobre los beneficios y barreras de la tecnología, así como estrategias didácticas. Se concluye que la implementación de la aplicación de robótica es un método pertinente para catalizar un aprendizaje matemático significativo, potenciando el interés estudiantil y las competencias transversales desde la perspectiva docente.

Palabras claves: Robótica educativa, enseñanza de la matemática, actitud hacia la matemática, pensamiento computacional.

Abstract

Faced with persistent challenges in motivating mathematics learning, educational robotics emerges as a high-impact tool. However, its success depends on both student receptiveness and teacher appropriation. Therefore, this study employs a mixed-methods approach to comprehensively evaluate the implementation of a robotics application through a case study involving students and teachers from a sample of primary schools in Cúcuta, Colombia. The study examines two main axes: 1) the change in student attitudes and 2) the perceptions and strategies of teachers. Through a quantitative pretest-posttest design, a statistically significant improvement in students' attitudes toward the discipline was found. Concurrently, a qualitative analysis of teacher interviews identified their perceptions of the technology's benefits and barriers, as well as a repertoire of effective teaching strategies. It is concluded that the implementation of robotics applications is a pertinent strategy to catalyze significant mathematical learning, enhancing student interest and transversal competencies from the teachers' perspective.

Keywords: Educational robotics, mathematics teaching, attitude towards mathematics, computational thinking.

1. Introducción

La enseñanza de las matemáticas en la educación básica enfrenta desafíos persistentes a nivel global, pero adquiere matices particulares en contextos como el de Cúcuta (Colombia), donde factores como la brecha digital y la necesidad de fomentar vocaciones en áreas STEM son especialmente apremiantes (Fundación Empresarios por la Educación, 2024). A pesar del consenso sobre la importancia del pensamiento lógico-matemático, diversos estudios confirman que los métodos tradicionales a menudo no logran conectar con los estudiantes, generando bajos niveles de motivación y una percepción negativa de la disciplina (Higgins *et al.,* 2017).

En este escenario, la robótica educativa se ha posicionado como un recurso didáctico de alto impacto. Al articular componentes de *hardware*, programación visual y simulaciones interactivas, las aplicaciones robóticas móviles permiten traducir conceptos abstractos como la proporcionalidad o la geometría en experiencias manipulativas que activan el aprendizaje experiencial (González-Fernández *et al.*, 2021; Angel-Fernández y Vincze, 2018; Arguello y Hernández, 2016). La convergencia entre lo práctico y lo lúdico favorece el mejoramiento del pensamiento matemático y se integra en los marcos competenciales del siglo XXI, que exigen alfabetización digital y pensamiento computacional desde edades tempranas (Arévalo Duarte *et al.*, 2019; Fadel *et al.*, 2015). Asimismo, investigaciones recientes han demostrado que la programación por bloques incrementa la motivación intrínseca y genera actitudes más favorables hacia las ciencias exactas (Ouyang y Xu, 2023; Hsieh *et al.*, 2020).

No obstante, el éxito de toda innovación tecnológica depende, en gran medida, de la apropiación docente. Estudios sobre adopción de tecnologías resaltan que los maestros requieren formación específica y acompañamiento para rediseñar sus planeaciones de aula al introducir estos recursos (Ferguson *et al.*, 2019). Por ello, un análisis integral no puede obviar la perspectiva del profesorado.

A pesar de los beneficios documentados a nivel internacional, existe un vacío significativo en la literatura sobre la implementación y efectos de la robótica en entornos escolares colombianos con características específicas. No se comprende a fondo cómo los docentes de la región perciben e integran estas herramientas, ni cuál es el impacto medible en la actitud de los estudiantes locales. Este estudio busca atender dicho vacío, planteando como problema central la necesidad de evaluar la pertinencia y efectividad de una intervención con robótica en Cúcuta. Por ello, la investigación se enfoca en responder: ¿cómo influye una intervención con una aplicación de robótica en la actitud de los estudiantes hacia las matemáticas y en las percepciones de los docentes de educación básica primaria en Cúcuta, Colombia?

2. Marco conceptual

Esta investigación se fundamenta en la intersección de tres marcos teóricos que justifican el uso de la robótica como herramienta pedagógica y orientan la interpretación de los resultados.

2.1 Constructivismo y aprendizaje activo

Se parte del principio de que el conocimiento no se recibe pasivamente, sino que se construye activamente a través de la experiencia (Piaget, 1970). La robótica educativa es una manifestación directa de esta teoría, ya que los estudiantes "aprenden haciendo": diseñan, programan y depuran soluciones a problemas concretos, construyendo su comprensión de conceptos matemáticos de manera tangible y significativa.

2.2 Modelo TPACK (Technological Pedagogical Content Knowledge)

Para analizar la perspectiva docente se adopta el marco TPACK (Mishra y Koehler, 2006), el cual ofrece una lente teórica robusta para comprender la compleja naturaleza del conocimiento que un profesor debe movilizar para integrar la tecnología de forma eficaz. Este modelo postula que la enseñanza efectiva con tecnología no es simplemente la suma de tres conocimientos base aislados, sino su intrincada interrelación:

a. Conocimiento del contenido (CK): se refiere al dominio del profesor sobre la materia que enseña; en este caso, los conceptos matemáticos fundamentales (geometría, coordenadas, proporcionalidad) abordados en la intervención.

b. Conocimiento pedagógico (PK): compete a las estrategias y métodos de enseñanza y aprendizaje, como la gestión del aula, la evaluación y el diseño de actividades, independientemente del contenido.

c. Conocimiento tecnológico (TK): es el conocimiento sobre cómo operar tecnologías específicas, como la aplicación de robótica ScratchJr utilizada en este estudio.

La fortaleza del modelo TPACK reside en las intersecciones que describen la verdadera integración:

a. Conocimiento pedagógico del contenido (PCK): la habilidad de enseñar un contenido específico de forma efectiva, usando analogías o estrategias adaptadas a las dificultades de los estudiantes.

b. Conocimiento tecnológico del contenido (TCK): la comprensión de cómo la tecnología y el contenido se influyen mutuamente. Por ejemplo, entender cómo la programación de un robot puede representar visualmente un concepto matemático abstracto.

c. Conocimiento técnico pedagógico (TPK): el entendimiento de cómo la enseñanza puede cambiar al usar una tecnología particular. Por ejemplo, saber que la robótica facilita estrategias como el aprendizaje basado en retos o la gamificación.

Este estudio utiliza el marco TPACK no solo como un referente teórico, sino como una herramienta analítica para interpretar las percepciones docentes. Específicamente, se empleará para categorizar las narrativas de los profesores e identificar si sus percepciones, desafíos y estrategias se centran predominantemente en aspectos puramente tecnológicos (TK), si logran una integración pedagógica (TPK) o si alcanzan una síntesis avanzada que articula tecnología, pedagogía y contenido matemático (TPACK).

2.3 Teoría de la Autodeterminación (TAD)

Para comprender el cambio en la actitud y motivación de los estudiantes, se recurre a la TAD (Ryan y Deci, 2000). Esta teoría sostiene que la motivación intrínseca se fomenta al satisfacer tres necesidades psicológicas básicas: autonomía (sentir que tienen control sobre sus acciones), competencia (sentirse eficaces y capaces) y relación (sentirse conectados con otros). La robótica en el aula, a través de la resolución de retos y el trabajo colaborativo, tiene el potencial de satisfacer estas tres necesidades, explicando así el aumento del interés y el compromiso observado.

3. Objetivos

Para dar respuesta a la pregunta de investigación y abordar el vacío en la literatura, este estudio persigue un triple objetivo, enfocado tanto en la perspectiva docente como en la estudiantil:

a. Describir las concepciones de los profesores sobre el uso de aplicaciones de robótica en la enseñanza de la matemática.

b. Evaluar el cambio en la actitud hacia la matemática de los estudiantes de básica primaria tras la intervención con una *app* de robótica.

c. Identificar estrategias didácticas efectivas para la enseñanza de las matemáticas con aplicaciones de robótica, derivadas de la experiencia docente.

4. Metodología

La presente investigación adoptó un diseño de métodos mixtos de tipo convergente (Creswell, 2014), enmarcado dentro de un enfoque de estudio de caso que analiza el fenómeno de la robótica educativa en el contexto particular de Cúcuta (Yin, 2018). En este diseño, los datos cuantitativos y cualitativos se recogieron de forma paralela y se integraron en la fase interpretativa. Esta estrategia se seleccionó con el fin de dar respuesta a los tres objetivos del estudio: perfilar las concepciones docentes, evaluar el cambio en la actitud estudiantil e identificar estrategias didácticas efectivas, generando así una comprensión holística del fenómeno. Esta aproximación posibilitó contrastar resultados numéricos con evidencias narrativas, incrementando la credibilidad y la solidez inferencial del estudio.

4.1 Descripción de la intervención pedagógica y tecnológica

La intervención se desarrolló de manera presencial a lo largo de doce semanas y fue implementada por los propios docentes de básica primaria en sus clases regulares de matemáticas. Los sujetos participantes fueron dos grupos principales:

a. Estudiantes: la muestra estuvo conformada por 45 estudiantes cursando de tercero a quinto grado de primaria.

b. Docentes: profesores titulares de las asignaturas, quienes recibieron la orientación para aplicar las actividades y cuyas percepciones fueron recopiladas mediante encuestas y entrevistas.

La implementación se llevó a cabo en las aulas de clase habituales, utilizando los dispositivos móviles (celulares y tabletas) disponibles.

4.1.1 Herramienta tecnológica

Se utilizó la aplicación ScratchJr, una plataforma de codificación introductoria desarrollada por el MIT Media Lab y la Tufts University, diseñada específicamente para niños en edad de básica primaria (Tufts University y MIT Media Lab, 2014). Los estudiantes programan personajes virtuales (denominados *sprites*) en la pantalla, utilizando un lenguaje de programación visual por bloques para controlar sus movimientos, apariencia e interacciones en un plano cartesiano (x, y) (Flannery *et al.*, 2013).

4.1.2 Actividades implementadas

Las actividades se diseñaron bajo los principios de Aprendizaje Basado en Retos y Gamificación, adaptando los conceptos de robótica a un entorno virtual. Dos de las actividades centrales fueron:

a. Misión geometría: los estudiantes debían programar un *sprite* para que se moviera por el lienzo de la aplicación, dejando un rastro para dibujar diferentes polígonos regulares. Para lograrlo, necesitaban aplicar correctamente conceptos de ángulos, longitudes de segmentos (medidos en "pasos" del personaje) y perímetros, recibiendo retroalimentación visual e inmediata en la pantalla.

b. El laberinto de coordenadas: se diseñaba un fondo con un laberinto y los estudiantes, trabajando en grupos, debían programar a su personaje para navegarlo. Esto requería el uso de coordenadas del plano (x, y) y conceptos de proporcionalidad y medida para que el personaje avanzara las distancias correctas y realizara los giros precisos en el entorno virtual.

Estas actividades fomentaron la colaboración y la discusión de estrategias para resolver los retos de programación directamente en el dispositivo.

4.2 Fase cuantitativa

Para caracterizar las concepciones pedagógicas y actitudes docentes respecto al uso de la robótica educativa, se diseñó un cuestionario *ad hoc*. Si bien este instrumento se estructuró siguiendo las pautas y dimensiones recomendadas en investigaciones previas sobre integración tecnológica (Khanlari, 2014; Kopcha *et al.,* 2017), no fue una adopción directa, por lo que se sometió a un riguroso proceso para asegurar su validez y confiabilidad en nuestro contexto específico.

El proceso de validación incluyó varias etapas clave:

a. Validez de contenido mediante juicio de expertos: inicialmente, el borrador del instrumento fue revisado por un panel de 3 expertos en didáctica de la matemática y tecnología educativa. Su evaluación se centró en la pertinencia, claridad y coherencia de cada uno de los 32 ítems, siguiendo los lineamientos de Pedrosa *et al.* (2013).

b. Adaptación lingüística y cultural: dado que las pautas originales provenían de contextos angloparlantes, se realizó un proceso de traducción inversa para garantizar la equivalencia semántica de los ítems. Posteriormente, se efectuó una adaptación cultural para asegurar que la terminología y las situaciones planteadas fueran plenamente comprensibles y relevantes para el profesorado de Cúcuta, Colombia.

c. Prueba piloto y análisis de fiabilidad: finalmente, se administró una prueba piloto a una muestra de 15 docentes con características similares a la población objetivo. Esta fase permitió identificar ítems ambiguos y, fundamentalmente, calcular la consistencia interna del instrumento.

El análisis arrojó un alfa de Cronbach de 0.85, lo cual indica un nivel de fiabilidad bueno/aceptable para su uso en la recolección definitiva de datos. La población objetivo (*N*) estuvo conformada por la totalidad de docentes de educación básica primaria de Cúcuta, Colombia, registrada en la Secretaría de Educación Municipal para el año 2024, ascendiendo a un total de 6,108 docentes (Fundación Empresarios por la Educación, 2024). Para garantizar la representatividad de subgrupos clave, se implementó un muestreo aleatorio estratificado. La estratificación se realizó con base en dos variables categóricas: tipo de institución (Oficial/No Oficial) y ubicación geográfica (Urbana/Rural), lo que resultó en la conformación de cuatro estratos mutuamente excluyentes. Esta estructura permitió la posterior comparación de resultados entre grupos mediante un análisis de varianza (ANOVA).

El tamaño total de la muestra (n) se calculó para una población finita de 6,108, buscando un nivel de confianza del 95% y un margen de error del 5%, lo que arrojó una muestra necesaria de 363 docentes. Posteriormente, se utilizó una afijación proporcional para distribuir la muestra total entre los cuatro estratos, asegurando que el peso de cada estrato en la muestra fuera idéntico a su peso en la población. El cálculo para cada estrato (n_i) se realizó mediante la fórmula $n_i = (N_i/N) \times n$. La distribución final de la población y la muestra se detalla en la tabla 1.

Tabla 1. Distribución de la población (N) y muestra (n) de docentes por estrato.

Estrato	Población estimada (N_i)	Porcentaje (%)	Muestra requerida (n_i)
Oficial - Urbana	4.853	79.45%	288
Oficial - Rural	211	3.45%	13
No Oficial - Urbana	1.001	16.39%	60
No Oficial - Rural |	43	0.70%	2
Total	6.108	100%	363

Una vez determinada la muestra por estrato, se procedió a seleccionar a los participantes de forma aleatoria simple dentro de cada subgrupo. Las encuestas se administraron en línea y de manera presencial, garantizando la participación voluntaria y anónima; con el fin de asegurar la validez y confiabilidad del instrumento, se efectuó una traducción inversa, adaptación cultural y prueba piloto local antes de la recolección definitiva de datos.

De forma paralela, para valorar la actitud de los estudiantes, se utilizó un diseño pretest-postest. El instrumento fue una adaptación de la escala validada de actitudes hacia la matemática y la tecnología educativa de Hsieh *et al*. (2020), cuyo proceso de validación para el contexto local se detalla en los párrafos subsecuentes. La muestra estudiantil estuvo conformada por estudiantes de tercero a quinto grado.

El tamaño de la muestra se determinó mediante un análisis de potencia estadística *a priori* para detectar cambios significativos entre el pretest y el postest mediante una prueba t para muestras relacionadas. Se establecieron los siguientes parámetros: un nivel de significancia (α) de 0.05, una potencia estadística ($1-\beta$) de 0.80 y un tamaño del efecto medio esperado (d de Cohen = 0.50), considerado un estándar en la investigación educativa. El cálculo indicó una muestra mínima requerida de 34 estudiantes para satisfacer estos criterios. La muestra final del estudio, seleccionada mediante muestreo aleatorio simple, fue de 45 estudiantes, superando el mínimo requerido. Los cuestionarios fueron aplicados en las aulas de clase bajo la supervisión de los docentes, previa obtención del consentimiento informado de las familias y la garantía de confidencialidad de los registros.

Para garantizar la rigurosidad del cuestionario pretest-postest aplicado a los estudiantes, se contemplaron varias fases de desarrollo y validación. En primer término, 3 expertos en didáctica de la matemática y tecnología educativa revisaron cada ítem conforme a los lineamientos de Pedrosa *et al*. (2013) y Newton y Shaw (2014), con el objetivo de optimizar la pertinencia y claridad de las preguntas para la muestra seleccionada. Asimismo, el sustento teórico de los instrumentos utilizados se respaldó en investigaciones concluidas, las cuales evidenciaron un impacto positivo en la mejora de la apropiación de tecnologías, incremento en la motivación personal y mejoramiento del rendimiento académico (Chen, 2019; Higgins *et al*., 2017).

Tras la validación de instrumento, la fase consecutiva consistió en la aplicación de la prueba piloto, la cual se centró en detectar posibles errores de redacción que pudieran afectar la fiabilidad de la intervención (Muresherwa y Jita, 2022). Luego de aplicada la prueba piloto, los resultados arrojaron un alfa de Cronbach de 0.78; este valor dentro de la escala medible es considerado aceptable en estudios exploratorios o en las primeras etapas de la investigación de actitudes (Kline, 2014). No obstante, la validación de criterios expuso una correlación relativamente baja con medidas externas, obligando a los investigadores a revisar algunas de las preguntas del instrumento para garantizar la medición de los constructos teóricos propuestos (Sireci y Benítez, 2023). Estas modificaciones, sumadas a la adaptación contextual y a la administración dual (en línea y presencial), constituyeron una base sólida para el perfeccionamiento continuado del instrumento, el cual puede ser utilizado para futuras aplicaciones a mayor escala.

4.3 Fase cualitativa

En la fase cualitativa se emplearon entrevistas semiestructuradas para indagar de forma densa cómo percibe el profesorado la integración de las aplicaciones de robótica en el aula y de qué modo valora su influencia en el aprendizaje y en las actitudes del estudiantado (Márquez y Ruiz, 2014; González-Fernández *et al.*, 2021). Los participantes fueron docentes de educación básica primaria que ya han utilizado la *app* de robótica ScratchJr, los cuales se seleccionaron mediante un muestreo intencional, atendiendo a su experiencia directa con la herramienta. Las entrevistas se celebraron al término del periodo de implementación y giraron en torno a la efectividad didáctica de la aplicación, las dificultades encontradas durante su uso y las percepciones sobre el impacto logrado en los estudiantes. Cada docente firmó un consentimiento informado y se garantizó la confidencialidad de los datos recopilados.

Para asegurar el rigor metodológico y la confiabilidad de los datos cualitativos, se implementaron varias estrategias clave siguiendo el marco de confiabilidad y credibilidad propuesto por Lincoln y Guba (1985):

a. Credibilidad (validez interna): para garantizar que los hallazgos reflejaran fielmente las perspectivas de los participantes, se utilizó la triangulación de datos, una estrategia recomendada para corroborar la información desde múltiples fuentes (Creswell y Poth, 2018; Flick, 2018). Las percepciones emergentes de las entrevistas docentes se contrastaron sistemáticamente con los resultados cuantitativos obtenidos de sus propias encuestas y con los datos de actitud de los estudiantes. Adicionalmente, se realizó un proceso de verificación con los participantes, considerado por Lincoln y Guba (1985) como la técnica más crucial para establecer la credibilidad, donde se compartió un resumen de las interpretaciones con una submuestra de los docentes entrevistados para confirmar la exactitud de sus testimonios.

b. Dependencia (confiabilidad): para asegurar la consistencia del proceso, se creó una pista de auditoría. Se mantuvo un registro detallado de todas las fases del proceso cualitativo, incluyendo el protocolo de la entrevista, las transcripciones textuales, las notas de campo y el proceso de codificación y categorización temática (Creswell, 2014). Esto permite que el proceso de análisis sea transparente y replicable.

c. Confirmabilidad (objetividad): con el fin de minimizar el sesgo del investigador, se empleó la reflexividad (Patton, 2015). Los investigadores mantuvieron un diario de campo donde documentaban sus preconcepciones y decisiones analíticas, asegurando que las conclusiones se derivaran directamente de los datos proporcionados por los docentes y no de las opiniones del equipo de investigación (Lincoln y Guba, 1985).

4.4 Análisis de datos

El procesamiento de los datos cuantitativos se realizó con el *software* estadístico SPSS (Versión 28). El análisis se ejecutó en dos etapas:

a. Análisis descriptivo: inicialmente, se realizó un análisis descriptivo con el fin de caracterizar las muestras y resumir el comportamiento de las variables principales. Se calcularon frecuencias y porcentajes para las variables sociodemográficas (de docentes y estudiantes) y medidas de tendencia central (media) y dispersión (desviación estándar) para las puntuaciones de las escalas de percepción y actitud.

b. Análisis inferencial: para contrastar las hipótesis, se aplicaron las siguientes pruebas con el objetivo de evaluar el cambio en la actitud de los estudiantes, se utilizó una prueba *t* para muestras relacionadas, comparando las puntuaciones del pretest y el postest. Previamente, se verificó el supuesto de normalidad de las diferencias entre ambas mediciones mediante la prueba de Shapiro-Wilk. Al no rechazarse la hipótesis nula de normalidad ($p > .05$), se procedió con la prueba paramétrica. Para determinar si existían diferencias significativas en las percepciones sobre la robótica educativa entre los docentes, se empleó un análisis de varianza (ANOVA) de un factor. Esta prueba comparó las puntuaciones medias obtenidas en el cuestionario de percepciones entre los cuatro estratos muestrales: Oficial-Urbano, Oficial-Rural, No Oficial-Urbano y No Oficial-Rural. Para el ANOVA, y conforme a las recomendaciones de Field (2013), se verificaron los supuestos de normalidad (prueba de Shapiro-Wilk) y homogeneidad de varianzas (prueba de Levene). En los casos donde algún supuesto no se cumplió, se recurrió a la prueba no paramétrica equivalente de Kruskal-Wallis. En lo concerniente a la fase cualitativa, se utilizó NVivo para organizar y examinar las transcripciones; el procedimiento incluyó una codificación temática que permitió extraer patrones y categorías emergentes de las entrevistas (Creswell y Poth, 2018). Dicho proceso de codificación se guio por las dimensiones del modelo TPACK (Mishra y Koehler, 2006), buscando identificar evidencias del Conocimiento Tecnológico (TK), Pedagógico (PK), del Contenido (CK) y sus interrelaciones (PCK, TCK, TPK, TPACK) en los testimonios de los docentes sobre su experiencia con la robótica.

Finalmente, para fortalecer la validez de los resultados y generar una interpretación comprehensiva, se realizó una triangulación de datos convergente (Flick, 2018; Creswell, 2014). El procedimiento consistió en un análisis comparativo explícito entre los hallazgos cuantitativos y cualitativos. Específicamente: a) los resultados de la prueba *t*, que mostraron un cambio estadísticamente significativo en la actitud de los estudiantes, se contrastaron con las categorías emergentes de las entrevistas a docentes, tales como “aumento de la motivación” y “participación en clase”; y b) los hallazgos del ANOVA, que exploraron las diferencias en las percepciones docentes entre distintos grupos, se triangularon con las narrativas detalladas de los profesores sobre las “barreras de implementación” y las “estrategias didácticas efectivas". Esta integración permitió no solo corroborar los hallazgos, sino también utilizar las percepciones cualitativas para explicar y dar profundidad a los patrones numéricos observados, favoreciendo así una interpretación más rica y coherente del fenómeno estudiado.

4.5 Consideraciones éticas

El presente estudio se ajustó plenamente a la normativa ética vigente. Según Israel (2015), se diligenciaron los consentimientos informados de todas las personas implicadas, con estricto respeto a su autonomía y dignidad, tanto del profesorado como los padres y representantes legales de los estudiantes, recibiendo la información detallada sobre los objetivos y procedimientos de la investigación, y manteniendo en todo momento la posibilidad de desistir de su participación sin repercusiones.

En consonancia a las consideraciones éticas, también se instauraron protocolos para el archivo de los documentos recopilados, garantizando la protección de datos personales; esto se realizó de acuerdo con las instrucciones de Wiles *et al*. (2012) para el manejo de información privada en las investigaciones. Con ello se dio la debida protección de la información de la muestra, alineando el proyecto con los estándares éticos exigidos en la investigación educativa.

Las investigaciones que sustentan este artículo fueron aprobadas por el Comité de Ética Científico de la Universidad Francisco de Paula Santander a través de los Contratos de Cofinanciación N.° 029-2023 y N.° 044-2025.

5. Resultados

A continuación, se presentan los resultados organizados en función de los tres objetivos de la investigación.

5.1 Percepciones docentes sobre la robótica educativa

Para abordar el primer objetivo, se analizaron tanto los datos cuantitativos de las encuestas como los cualitativos de las entrevistas a docentes.

5.1.1 Análisis cuantitativo de las percepciones

El análisis descriptivo del cuestionario a docentes (n = 363) reveló una percepción mayoritariamente positiva sobre la utilidad de la robótica, con una puntuación media de 4.2 en una escala de 5 puntos (DE = 0.8). El análisis de varianza (ANOVA) se realizó para comparar estas percepciones entre los cuatro estratos de docentes. Los resultados indicaron que no existían diferencias estadísticamente significativas en las percepciones generales entre los grupos ($F(3,329) = 1.75$, $p = 0.15$), sugiriendo una aceptación similar de la tecnología en los distintos contextos escolares estudiados.

5.1.2 Análisis cualitativo de las percepciones

El análisis temático de las entrevistas semiestructuradas permitió identificar tres categorías centrales que profundizan la visión de los docentes:

a. Categoría 1: *La robótica como catalizador de la motivación*. La mayoría de los docentes perciben que el mayor beneficio es el aumento del interés estudiantil. Como mencionó un participante: “El cambio es del cielo a la tierra. Con el robot, hasta el niño más distraído está preguntando, quiere participar, quiere ver cómo se mueve. La matemática dejó de ser el cuco del salón” (docente 3, escuela rural).

b. Categoría 2: *Barreras de integración curricular*. A pesar del optimismo, emergió una preocupación recurrente sobre el tiempo y la rigidez del currículo. “La idea es fantástica, pero la realidad es que tenemos que cumplir con un plan de estudios muy estricto. A veces es difícil encontrar el espacio para dedicarle una o dos horas a armar y programar, aunque sepamos que vale la pena” (docente 8, escuela urbana privada).

c. Categoría 3: *Desarrollo de competencias transversales*. Más allá de la mejora actitudinal hacia las matemáticas, los docentes observaron de forma consistente que la robótica fomentaba habilidades clave como el pensamiento computacional, la resolución de problemas y el trabajo colaborativo. Los estudiantes no solo aplicaban conceptos matemáticos, sino que aprendían a pensar de forma lógica y estructurada para programar al robot. Un profesor lo describió así: “Lo más revelador no fue solo verlos aplicar la geometría para un giro. Fue observar cómo colaboraban. Si el robot no seguía la línea, se juntaban, discutían el código, probaban una y otra vez. Estaban desarrollando un pensamiento lógico y una resiliencia frente al error que la clase tradicional no siempre fomenta” (docente 5, escuela urbana oficial).

5.2 Evaluación de la actitud de los estudiantes hacia las matemáticas

Para responder al segundo objetivo, se realizó una comparación de las puntuaciones de la escala de actitud antes (pretest) y después (postest) de la intervención con la app de robótica ScratchJr en la muestra de estudiantes (n = 45), las puntuaciones se midieron en una escala de 1 a 5. Los resultados descriptivos mostraron un incremento en la puntuación media de la actitud, pasando de [M = 3.1, DE = 0.9] en el pretest a [M = 4.3, DE = 0.7] en el postest. Este cambio (Post-Pre = +1.20) fue estadísticamente significativo, $t(44) = 8.52$, $p < .001$, IC95% del cambio [0.92, 1.48], con un tamaño del efecto para diseños pareados de Cohen $d(z) = 1.27$. Estos datos proporcionan evidencia empírica directa de una mejora en la disposición afectiva de los estudiantes hacia las matemáticas tras la intervención (ver tabla 2).

Tabla 2. Resultados de la prueba *t* para el cambio de actitud estudiantil.

	Estadísticos descriptivos	
Medición	Media	Desv. estándar
Pretest	3.1	0.9
Postest	4.3	0.7

Nota: los resultados de la prueba *t* para muestras relacionadas indicaron una diferencia estadísticamente significativa entre las mediciones, $t(44) = 8.52$, $p < .001$, IC 95% [0.92, 1.48], Cohen $d_z = 1.27$.

5.3 Identificación de estrategias didácticas efectivas

A partir del análisis de las entrevistas a docentes, y triangulado con los resultados positivos de la actitud estudiantil, se identificaron dos estrategias didácticas como particularmente efectivas:

a. Aprendizaje basado en retos (ABR): los docentes destacaron que plantear problemas matemáticos como “retos de programación” para el robot generaba un alto nivel de compromiso y fomentaba la resolución de problemas de forma práctica.

b. Gamificación y aprendizaje lúdico: los docentes informaron que enmarcar las actividades matemáticas como juegos, misiones o competencias aumentaba drásticamente la participación. En lugar de resolver problemas en un papel, los estudiantes participaban en “carreras de robots” o “búsquedas del tesoro” que requerían la aplicación de conceptos matemáticos para tener éxito. Como lo expresó un maestro: “Descubrimos que convertir los ejercicios en ‘misiones’ era increíblemente efectivo. En lugar de una hoja de trabajo sobre ángulos, creamos un circuito donde los robots debían girar 90 grados a la derecha o 45 a la izquierda para no chocar. De repente, todos querían que su ángulo fuera perfecto. La gamificación transformó una lección abstracta en un evento lúdico y competitivo" (docente 2, escuela urbana).

6. Discusión

Los hallazgos de esta investigación ofrecen una base empírica sólida para afirmar que la inclusión de aplicaciones de robótica transforma positivamente el aprendizaje de las matemáticas. Esta sección interpreta los resultados presentados, los contrasta con la literatura existente y explora sus implicaciones prácticas.

6.1 La mejora en la actitud estudiantil

El resultado central de este estudio es la mejora estadísticamente significativa en la actitud de los estudiantes (resultado de la prueba *t*, $p < .001$). Este dato cuantitativo no solo confirma una hipótesis central, sino que da sustento empírico a la afirmación de que la robótica educativa es una herramienta potente para incentivar y mejorar la motivación. La percepción docente sobre el aumento de la motivación estudiantil evidencia un desarrollo del Conocimiento Técnico Pedagógico (TPK). Los profesores reconocen que la robótica no es solo una herramienta (TK), sino un artefacto que transforma la práctica pedagógica, permitiendo implementar estrategias como la gamificación que impactan directamente en el compromiso del estudiante (Mishra y Koehler, 2006). Este resultado se alinea con los de Arís y Orcos (2019) y el metaanálisis de Ouyang y Xu (2023), quienes demostraron que estas herramientas fomentan un alto nivel de interés, esencial para el éxito a largo plazo. La clave de este cambio parece residir en la capacidad de la robótica para convertir conceptos abstractos en experiencias lúdicas y tangibles, promoviendo un aprendizaje interactivo, como ya habían señalado Márquez y Ruiz (2014) y González-Fernández *et al.* (2021).

Además, las entrevistas docentes revelaron que este cambio actitudinal se acompañó del desarrollo de competencias transversales. Este hallazgo es particularmente revelador, pues muestra que los docentes no solo perciben el desarrollo del CK (matemáticas), sino que identifican cómo la tecnología fomenta habilidades de orden superior. Esto sugiere que la intervención promovió un conocimiento TPACK emergente, donde los profesores comprenden que la robótica, usada con una pedagogía activa, es un vehículo para enseñar simultáneamente matemáticas, pensamiento computacional y colaboración (Mishra y Koehler, 2006). Esta observación coincide plenamente con los hallazgos de Hsieh *et al.* (2020), quienes identificaron estas habilidades como productos directos de la interacción con tecnologías educativas bien implementadas.

6.2 Percepciones docentes

El análisis de las percepciones docentes reveló una visión mayoritariamente positiva, validando la robótica como una herramienta pedagógica valiosa. Las categorías cualitativas sobre el "aumento de la motivación" y el "desarrollo de competencias" se corresponden con los beneficios identificados por Khanlari (2014). Sin embargo, la emergencia de la categoría "barreras de integración curricular" es un llamado a la cautela. Las barreras curriculares reportadas por los docentes señalan una tensión entre el Conocimiento del Contenido (CK), dictado por un plan de estudios estricto, y el tiempo que requiere desarrollar un conocimiento integrado (TPACK). Aunque los docentes valoran los beneficios de la robótica, perciben que las exigencias del currículo limitan las oportunidades para una integración profunda, quedándose a veces en un uso puramente instrumental (TK) (Mishra y Koehler, 2006). Este hallazgo subraya que la percepción positiva debe ser apoyada por condiciones institucionales y curriculares favorables.

El entendimiento de estas percepciones fue, tal como lo sugiere Kopcha *et al.* (2017), crucial para el diseño de la intervención. Demuestra que para una inserción tecnológica exitosa no basta con la herramienta; se requiere un diseño instruccional que considere las fortalezas y aborde las preocupaciones del profesorado. Los resultados de nuestro estudio, por tanto, no solo validan el uso de la robótica, sino que ofrecen una base sólida para diseñar futuras intervenciones que sean pedagógicamente coherentes y contextualmente relevantes.

En conjunto, los resultados de esta investigación, debidamente triangulados, confirman que la implementación de aplicaciones de robótica es una estrategia pertinente y eficaz para mejorar la disposición afectiva y las competencias matemáticas en la educación básica primaria. Se demuestra que, más allá de la digitalización de contenidos, el éxito radica en la transformación de la práctica pedagógica hacia enfoques activos como el aprendizaje basado en retos y la gamificación.

La retroalimentación y la experiencia de los docentes fueron, en efecto, el factor clave para superar los desafíos y adaptar la estrategia. Esto confirma que el desarrollo profesional continuo y la creación de guías y recursos contextualizados, como los derivados de este estudio, son indispensables para facilitar la adopción sostenible de este tipo de tecnologías en el aula.

6.3 Limitaciones

Toda investigación posee limitaciones que acotan el alcance de sus conclusiones. En el presente estudio identificamos dos principales:

a. Sesgo de respuesta por deseabilidad social: la primera limitación se relaciona con el posible sesgo en las respuestas de los docentes. Al tratarse de una innovación educativa, existe la posibilidad de que algunos participantes, tanto en las encuestas como en las entrevistas, ofrecieran respuestas que consideraban socialmente deseables (p. ej., mostrando un optimismo exagerado hacia la robótica) en lugar de reflejar sus verdaderas aprensiones o dificultades. Para mitigar este efecto, se garantizó el anonimato y la confidencialidad de todos los datos. Adicionalmente, la triangulación de los resultados cuantitativos de las encuestas con los datos cualitativos de las entrevistas permitió obtener una visión más matizada que ayudó a identificar y contextualizar posibles inconsistencias.

b. Generalización de los resultados (tamaño y contexto de la muestra): la segunda limitación atañe a la generalización de los hallazgos. Aunque el tamaño de las muestras se calculó con rigor estadístico, el estudio se circunscribió a instituciones educativas de Cúcuta (Colombia). Por lo tanto, los resultados sobre la percepción docente y el cambio de actitud estudiantil están contextualizados en esta región específica y no pueden ser extrapolados directamente a otros contextos nacionales o internacionales con diferentes políticas educativas, recursos tecnológicos o perfiles socioculturales. Para contrarrestar esta limitación, en la sección de Discusión se han contrastado nuestros hallazgos con los de la literatura científica de otras regiones, permitiendo situar nuestras conclusiones en un panorama más amplio.

Pese a estas limitaciones, las estrategias de mitigación implementadas y el riguroso análisis de los datos proporcionan resultados fiables y de gran valor para el contexto investigado (Cohen *et al*., 2017).

7. Conclusiones

Esta investigación aporta evidencia empírica sobre los efectos de integrar aplicaciones de robótica en la enseñanza de las matemáticas en educación básica primaria. Las principales conclusiones, derivadas de un análisis mixto de datos, son las siguientes:

a. Se concluye que la intervención con robótica mejora la actitud estudiantil, un resultado que se explica a través del desarrollo del Conocimiento Técnico Pedagógico (TPK) de los docentes. Fueron ellos quienes, al transformar la práctica pedagógica con estrategias como la gamificación, lograron catalizar un mayor compromiso y motivación en el aula. Esta es la conclusión principal del estudio, sustentada cuantitativamente por el resultado de la prueba t ($p < .001$), que mostró un cambio positivo y estadísticamente significativo entre el pretest y el postest. El entusiasmo, la curiosidad y la participación, identificados cualitativamente a través de las entrevistas con los docentes, emergen como las manifestaciones observables que explican este cambio actitudinal.

b. Este estudio concluye que la robótica es percibida como un catalizador para el desarrollo de competencias transversales. Este hallazgo sugiere que una implementación pedagógicamente sólida de la tecnología promueve un conocimiento TPACK emergente en el profesorado, quienes logran ver más allá del contenido matemático (CK) y reconocen el potencial de la herramienta para enseñar simultáneamente pensamiento computacional y colaboración. La conclusión de que la experiencia favoreció habilidades como la resolución de problemas, la creatividad y el trabajo colaborativo se deriva directamente del análisis temático de las entrevistas a los profesores. Fueron ellos quienes, a través de sus testimonios, reportaron consistentemente que los estudiantes demostraban estas competencias al enfrentarse a los retos de programación.

c. La capacidad de la robótica para conectar conceptos abstractos con la práctica se confirma como una de sus mayores ventajas pedagógicas. Esto evidencia el desarrollo del Conocimiento Tecnológico del Contenido (TCK) , pues los docentes aprendieron a usar una tecnología específica (ScratchJr) para representar y hacer tangibles los conceptos matemáticos, logrando así un aprendizaje más significativo para los estudiantes. La afirmación de que se logró una "comprensión más profunda" y un "aprendizaje más significativo" se fundamenta en las percepciones cualitativas del profesorado. Los docentes concluyeron en sus entrevistas que la principal ventaja pedagógica de la herramienta era su capacidad para materializar ideas matemáticas, permitiendo a los estudiantes vincular la teoría con experiencias concretas y manipulativas.

d. A pesar de estos beneficios, el estudio también concluye que la implementación exitosa de estas tecnologías no es automática. Los desafíos logísticos y curriculares reportados por los docentes en las entrevistas apuntan a la necesidad ineludible de una planificación cuidadosa, que incluya formación docente continua y ajustes curriculares flexibles.

e. Esta investigación concluye que la estrategia tecnológica implementada es efectiva para fomentar una actitud más positiva hacia las matemáticas, y es percibida por los educadores como un catalizador para el desarrollo de habilidades del siglo XXI.

f. La contribución principal de este estudio radica en la aportación de evidencia empírica mixta, cuantitativa y cualitativa, en un contexto específico, demostrando no solo que la robótica mejora la actitud hacia las matemáticas, sino también cómo y por qué, a través de las percepciones y estrategias reportadas por los docentes.

g. A partir de los hallazgos y limitaciones de este trabajo, se abren futuras líneas de investigación. Sería de gran valor realizar un estudio longitudinal para determinar si la mejora en la actitud se sostiene en el tiempo y si se traduce en un incremento medible del rendimiento académico. Asimismo, sería pertinente llevar a cabo estudios comparativos entre diferentes tipos de aplicaciones de robótica para identificar qué características de *software* o *hardware* son más efectivas. Finalmente, investigar el impacto de programas de formación docente específicos en la superación de las barreras curriculares identificadas sería un siguiente paso lógico y necesario.

8. Reconocimiento

El presente artículo es parte de la investigación "Integración de robots pedagógicos en la enseñanza matemática de primer grado: un enfoque innovador para la formación tecnológica y computacional", el cual es financiado por la Universidad Francisco de Paula Santander, según contrato de Cofinanciación N.° 029-2023, y del proyecto de semillero "Implementación de aplicaciones móviles como recurso de aprendizaje en matemáticas en los estudiantes de básica", según contrato de Cofinanciación N.° 044-2025.

9. Referencias bibliográficas

Angel-Fernández, J. M. y Vincze, M. (2018). Towards a formal definition of educational robotics. *Innsbruck University Press*, 37-42. https://doi.org/10.15203/3187-22-1-08

Arévalo Duarte, M. A., García García, M. Á. y Hernández Suárez, C. A. (2019). Competencias TIC de los docentes de matemáticas en el marco del modelo TPACK: Valoración desde la perspectiva de los estudiantes. *Civilizar Ciencias Sociales y Humanas*, *19*(36), 115-132. https://doi.org/10.22518/usergioa/jour/ccsh/2019.1/a07

Arguello, J. A. y Hernández, C. A. (2016). Implementación de aplicativos móviles como alternativa de evaluación para mejorar el aprendizaje de las matemáticas. En *Encuentro Internacional en Educación Matemática, Primera Versión* (pp. 83-87). https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/implementacion-de-aplicativos-moviles-como-alternativa-de-evaluacion-para-mejorar-el-aprendizaje-de-las-matematicas/

Arís, N. y Orcos, L. (2019). Educational robotics in the stage of secondary education: Empirical study on motivation and STEM skills. *Education Sciences*, *9*(2), 73. https://doi.org/10.3390/educsci9020073

Chen, Y. (2019). Effect of mobile augmented reality on learning performance, motivation, and math anxiety in a math course. *Journal of Educational Computing Research*, *57*(7), 1695-1722. https://doi.org/10.1177/0735633119854036

Cohen, L., Manion, L. y Morrison, K. (2017). *Research Methods in Education* (8th ed.). Routledge.

Creswell, J. W. (2014). *Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches* (4th ed.). Sage Publications.

Creswell, J. W. y Poth, C. N. (2018). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (4th ed.). SAGE Publication.

Fadel, C., Bialik, M. y Trilling, B. (2015). *Four-dimensional education: The competencies learners need to succeed*. Center for Curriculum Redesign. https://curriculumredesign.org/wp-content/uploads/Four-Dimensional-Education.pdf

Ferguson, R., Coughlan, T., Egelandsdal, K., Gaved, M., Herodotou, C., Hillaire, G., Jones, D., Jowers, I., Kukulska-Hulme, A., McAndrew, P., Misiejuk, K., Ness, I. J., Rienties, B., Scanlon, E., Sharples, M., Wasson, B., Weller, M. y Whitelock, D. (2019). *Innovating pedagogy 2019: Open University innovation report 7*. The Open University. https://iet.open.ac.uk/file/innovating-pedagogy-2019.pdf

Field, A. (2013). *Discovering Statistics Using IBM SPSS Statistics*. Sage Publications.

Flannery, L. P., Kazakoff, E. R., Bontá, P., Silverman, B., Bers, M. U. y Resnick, M. (2013). Designing ScratchJr: A coding language for young children. *Proceedings of the 12th International Conference on Interaction Design and Children*, 1-10. https://doi.org/10.1145/2485760.2485785

Flick, U. (2018). *An Introduction to Qualitative Research*. Sage Publications.

Fundación Empresarios por la Educación. (2024). *Una mirada a las secretarías de educación en preescolar, básica y media: Capítulo Norte de Santander*. ExE. https://www.fundacionexe.org.co/wp-content/uploads/2024/03/Una-mirada-a-las-secretarias-de-educacion-en-preescolar-basica-y-media.-Capitulo-Norte-de-Santander.pdf

González-Fernández, M. O., González-Flores, Y. A. y Muñoz-López, C. (2021). Panorama de la robótica educativa a favor del aprendizaje STEAM. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias, 18(2), 230101-230123.* https://doi.org/10.25267/Rev_Eureka_ensen_divulg_cienc.2021.v18.i2.2301

Higgins, K., Huscroft-D'Angelo, J. y Crawford, L. (2017). Effects of technology in mathematics on achievement, motivation, and attitude: A meta-analysis. *Journal of Educational Computing Research*, *57*(2), 283-319. https://doi.org/10.1177/0735633117748416

Hsieh, Y. Z., Lin, S. S., Luo, Y. C., Jeng, Y. L., Tan, S. W., Chen, C. R. y Chiang, P. Y. (2020). ARCS-Assisted teaching robots based on anticipatory computing and emotional big data for improving sustainable learning efficiency and motivation. *Sustainability*, *12*(14), 5605. https://doi.org/10.3390/su12145605

Israel, M. (2015). *Research Ethics and Integrity for Social Scientists: Beyond Regulatory Compliance*. Sage Publications.

Khanlari, A. (2014). *Teachers' perceptions of using robotics in primary/elementary schools in Newfoundland and Labrador* [Masters thesis, University of Newfoundland]. http://research.library.mun.ca/id/eprint/8068

Kline, T. (2014). *Psychological testing: A practical approach to design and evaluation*. Sage Publications.

Kopcha, T. J., McGregor, J., Shin, S., Qian, Y., Choi, J., Hill, R., Mativo, J. y Choi, I. (2017). Developing an integrative STEM curriculum for robotics education through educational design research. *Journal of Formative Design in Learning*, *1*, 31-44. https://doi.org/10.1007/s41686-017-0005-1

Lincoln, Y. S. y Guba, E. G. (1985). *Naturalistic inquiry*. Sage Publications.

Márquez, J. E. y Ruiz, J. H. (2014). Robótica educativa aplicada a la enseñanza básica secundaria. *Didáctica, Innovación y Multimedia, (30), 1-12.* https://raco.cat/index.php/DIM/article/view/291518

Mishra, P. y Koehler, M. J. (2006). Technological Pedagogical Content Knowledge: A framework for teacher knowledge. *Teachers College Record*, *108*(6), 1017-1054. https://doi.org/10.1111/j.1467-9620.2006.00684.x

Muresherwa, E. y Jita, L. C. (2022). The value of a pilot study in educational research learning: In search of a good theory-method fit. *Journal of Educational and Social Research*, *12*(2), 220. https://doi.org/10.36941/jesr-2022-0047

Newton, P. E. y Shaw, S. D. (2014). *Validity in educational & psychological assessment*. SAGE Publications. https://doi.org/10.4135/9781446288856

Ouyang, F. y Xu, W. (2023). The effects of educational robotics in STEM education: a multilevel meta-analysis. *International Journal of STEM Education*, *11*(7), 1-18. https://doi.org/10.1186/s40594-024-00469-4

Patton, M. Q. (2015). *Qualitative research & evaluation methods* (4th ed.). Sage Publications.

Pedrosa, I., Suárez-Álvarez, J. y García-Cueto, E. (2013). Evidencias sobre la validez de contenido: avances teóricos y métodos para su estimación. *Acción Psicológica*, *10*(2), 3-18. https://doi.org/10.5944/ap.10.2.11820

Piaget, J. (1970). *Science of education and the psychology of the child*. Orion Press.

Ryan, R. M. y Deci, E. L. (2000). Self-determination theory and the facilitation of intrinsic motivation, social development, and well-being. *American Psychologist*, *55*(1), 68-78. https://doi.org/10.1037/0003-066X.55.1.68

Sireci, S. y Benítez, I. (2023). Evidence for test validation: A guide for practitioners. *Psicothema*, *35*(3), 217-226. https://doi.org/10.7334/psicothema2022.477

Tufts University y MIT Media Lab. (2014). *ScratchJr* [Software de aplicación móvil]. https://www.scratchjr.org/

Wiles, R., Coffey, A., Robinson, J. y Heath, S. (2012). Anonymisation and visual images: Issues of respect, 'voice' and protection. *International Journal of Social Research Methodology*, *15*(1), 41-53. https://doi.org/10.1080/13645579.2011.564423

Yin, R. K. (2018). *Case study research and applications: Design and methods* (6th ed.). Sage Publications.

UCMAULE

REVISTA ACADÉMICA

Talca, Chile, julio-diciembre, 2025. N° 69. I.S.S.N: 0719-9872

Recopilado: 12-05-2025 | Aceptado: 06-10-2025 | Publicado: 20-12-2025

MODELACIÓN MATEMÁTICA EN EDUCACIÓN PRIMARIA: UNA REVISIÓN SISTEMÁTICA

MATHEMATICAL MODELING IN PRIMARY EDUCATION: A SYSTEMATIC REVIEW

BÁRBARA BUSTOS OSORIO
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Valparaíso, Chile
barbara.bustos@pucv.cl
ORCID: 0000-0002-1323-3570

ESTUDIO DE REVISIÓN

ELISABETH RAMOS-RODRÍGUEZ
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Valparaíso, Chile
elisabeth.ramos@pucv.cl
ORCID: 0000-0002-8409-4125

ELVIRA FERNÁNDEZ AHUMADA
Universidad de Córdoba
Córdoba, España
elvira@uco.es
ORCID: 0000-0002-3371-5382

Resumen

Tradicionalmente la modelación matemática se ha asociado a la educación secundaria y superior, sin embargo, investigaciones recientes destacan su inclusión desde los primeros niveles escolares. Este estudio presenta una revisión sistemática de literatura que analiza cómo se aborda la modelación matemática en educación primaria. Siguiendo el protocolo PRISMA 2020, se identificaron 107 artículos en las bases de datos Scopus y WoS, los que se analizaron en torno a cuatro categorías: años de publicación, autores relevantes, foco de estudio y distribución según nivel educativo. Los resultados muestran un aumento sostenido de publicaciones desde el año 2017, con predominancia en estudios centrados en estudiantes y una escasa investigación sobre profesores en ejercicio. Además, se evidencia una fuerte concentración de artículos en los grados 5° y 6°, mientras se observa una escasa cantidad de artículos en los primeros niveles (1° a 3°). Se concluye que es fundamental avanzar hacia una integración temprana de la modelación matemática en la enseñanza de la matemática, junto con fortalecer la formación docente inicial y continua del profesor y futuro profesor de primaria.

Palabras clave: Revisión sistemática, modelación matemática, modelización matemática temprana[1], educación primaria.

Abstract

Traditionally, mathematical modeling has been associated with secondary and higher education. However, recent research highlights its inclusion from the earliest stages of schooling. This study presents a systematic literature review analyzing how mathematical modeling is addressed in primary education. Following the PRISMA 2020 protocol, 107 articles were identified in the Scopus and Wos databases and analyzed across four categories: year of publication, relevant authors, research focus, and distribution by educational level. The findings reveal a steady increase in publications since 2017, with a predominance of studies centred on students and limited research on in-service teachers. In addition, there is a marked concentration of articles on grades 5 and 6, while very few studies focus on the early years (1 to 3). The review concludes that it is essential to move towards the early integration of mathematical modeling into mathematics teaching, together with strengthening both initial and continuing training of current and future primary teachers.

Keywords: Systematic review, mathematical modelling, early mathematical modelling, elementary/primary education.

1 El término "modelización matemática temprana" responde al acuñado por los autores Alsina y Salgado (2022) para referirse a la modelación matemática en los primeros años de escolaridad.

1. Introducción

La modelación matemática era considerada una competencia que se desarrollaba exclusivamente en los niveles de secundaria y universitario, ya que se pensaba que los estudiantes de educación infantil y primaria no eran capaces de generar sus propios modelos matemáticos para enfrentar situaciones complejas (Greer *et al*., 2007), en particular, a partir de situaciones del mundo real. Sin embargo, diversas investigaciones dan cuenta que "niños más jóvenes pueden y deben abordar situaciones que implican más que solo conteos y medidas simples, y que incluyen ideas centrales de otras disciplinas" (English y Sriraman, 2010, p. 274), y de la importancia de desarrollarla en estudiantes de todos los niveles educativos, debido a que, entre otras cosas, promueve una mejor comprensión del mundo, favorece el desarrollo de otras competencias matemáticas y propicia un aprendizaje más profundo de la matemática (Kaiser *et al*., 2023; Niss y Blum, 2020).

Al respecto, Maaß (2018) señala que "los estudiantes deben enfrentarse a tareas de modelación matemática desde el comienzo de su educación matemática y acostumbrarse al hecho de que forman parte de las lecciones de matemáticas" (p. 5). De acuerdo con English y Sriraman (2010), la modelación matemática "ofrece a los niños la oportunidad de obtener sus propias matemáticas mientras resuelven el problema. Es decir, los problemas exigen que los niños den sentido a la situación para poder matematizarla ellos mismos de forma que les resulte significativa" (p. 273). Tal es la importancia de la modelación matemática desde y en los primeros niveles escolares, que diversos autores han acuñado el término de "modelización matemática temprana" o "*early modelling*" (Alsina y Salgado, 2022; English, 2010), dedicándole especial atención. Para la presente investigación, se considera educación primaria a los niveles de 1° a 6° básico, es decir, estudiantes de entre 6 y 12 años de edad.

Para Alsina y Salgado (2022), la modelación matemática aglutina y moviliza otros procesos matemáticos como, por ejemplo, la resolución de problemas, la representación y la comunicación, que son requeridos en los currículums escolares. Fomentar en estudiantes la competencia para resolver problemas del mundo real es ampliamente aceptado y se ha incluido en currículums educacionales de diversos países (Cevikbas *et al*., 2022).

Sin embargo, para que los estudiantes comprendan el mundo que los rodea por medio de la matemática, Alsina (2023) señala que los profesores de los primeros niveles escolares deben poseer diversos conocimientos sobre modelación matemática: conocimiento del propósito, de un ciclo de modelación matemática y de las aplicaciones de la modelación matemática. Al respecto, investigaciones como la de Bustos-Osorio y Ramos-Rodríguez (2025) dan cuenta de la efectividad de programas de desarrollo profesional docente que promueven la mejora del conocimiento y la práctica docente para llevar al aula la modelación matemática.

Pese a estos avances, se observa que la investigación en modelación matemática en educación primaria se encuentra aún en una fase incipiente y fragmentada, especialmente en los primeros niveles de escolaridad y en relación con el rol docente. Esta situación evidencia la necesidad de realizar una revisión sistemática que permita organizar, categorizar y comprender el estado actual del conocimiento, a fin de orientar futuros estudios y prácticas educativas.

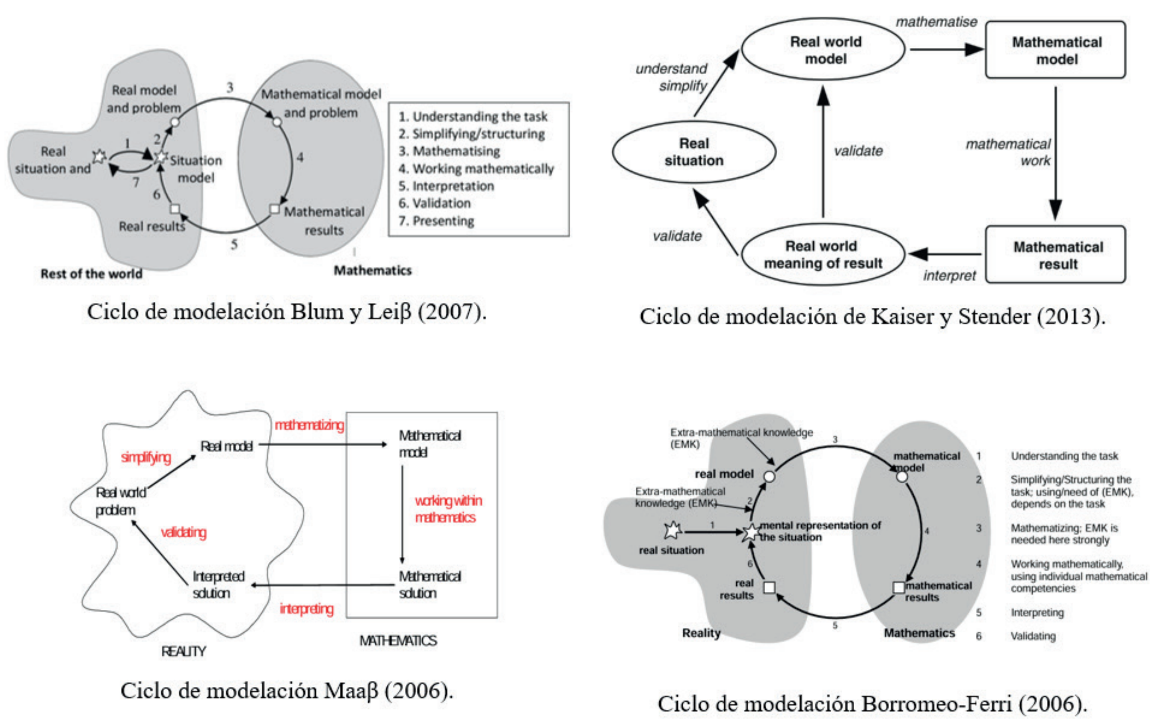
En este contexto, el objetivo de este estudio es indagar de manera sistemática cómo la literatura especializada ha abordado la modelación matemática en la educación primaria, identificando tendencias, enfoques y vacíos que permitan comprender su desarrollo y orientar futuras líneas de trabajo. Con este propósito, la presente revisión se organiza en torno a cuatro preguntas principales: ¿cuáles son los años de publicación de los estudios?, ¿qué autores han tenido mayor incidencia en el campo?, ¿qué focos de investigación se han privilegiado? y ¿cómo se distribuyen los trabajos según el nivel educativo de los estudiantes de primaria?

Esta revisión sistemática se diferencia de otras en el área de la modelación matemática en primaria, pues se aboca a conocer en general qué es lo que la literatura especializada reporta, en comparación a otras como la de Bossio Vélez *et al*. (2023), enfocada principalmente en el conocimiento del profesor de primaria para implementar la modelación en su práctica educativa; la de Bicudo y Klüber (2011), que reporta la revisión de los artículos de las actas del Tercer Seminario Internacional de Investigación en Educación Matemática —SIPEM (2007)— realizado en Brasil; y amplía parte de la revisión de Mei Fajri *et al*. (2025), dado que se incorporan artículos en idiomas distintos al inglés y provenientes de dos bases de datos, Scopus y WoS. Además, esta investigación es innovadora, pues utiliza apoyo de la inteligencia artificial Rayyan para su realización.

2. Marco teórico

La modelación matemática permite resolver problemas, situaciones y fenómenos que se encuentran en otras áreas, disciplinas o prácticas, es decir, en dominios extramatemáticos o situaciones extramatemáticas, pudiendo hacerlo mediante la construcción de un modelo matemático que representa los principales elementos de dicha situación (Niss y Blum, 2020). Por lo tanto, “por modelación matemática entendemos, en resumen, todo el proceso de construcción, trabajo y uso de modelos matemáticos para responder a preguntas que surgen al tratar contextos, situaciones y problemas extramatemáticos” (Blum y Niss, 2024, p. 185). Dicho proceso conlleva etapas que se describen en un ciclo de modelación del cual la literatura entrega diversas propuestas que aluden a la relación y las conexiones existentes entre la matemática y lo extramatemático. En la figura 1 se muestran algunos ejemplos de ciclos de modelación matemática.

Figura 1. Ciclos de modelación matemática.



Ciclo de modelación Blum y Leiβ (2007).

Ciclo de modelación de Kaiser y Stender (2013).

Ciclo de modelación Maaβ (2006).

Ciclo de modelación Borromeo-Ferri (2006).

Fuente: elaboración propia.

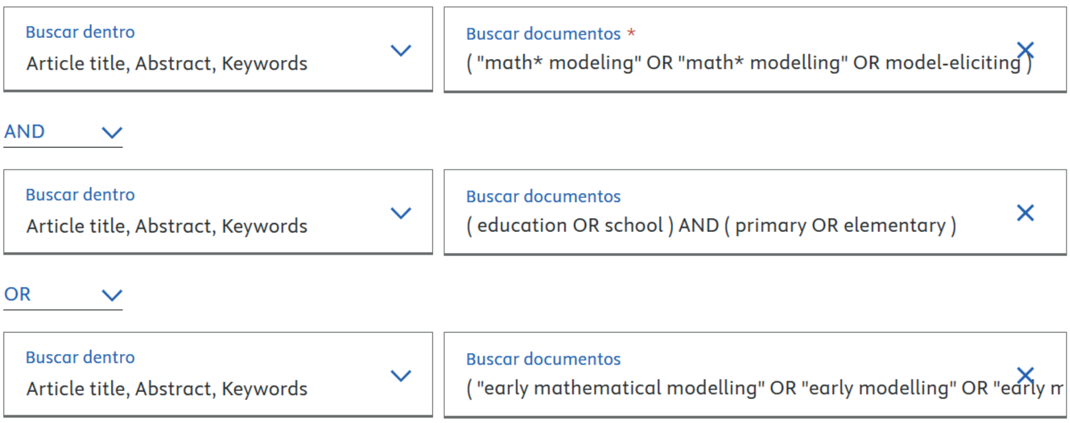
3. Metodología

El estudio se realizó bajo la guía PRISMA 2020 (Preferred Reporting Items for Systematic Reviews and Meta-Analyses) que orienta las revisiones sistemáticas. Esta exige indicar “de manera transparente el porqué de la revisión, qué hicieron los autores y qué encontraron” (Page *et al*., 2021, p. 790), por lo que se configuró un protocolo exhaustivo que permitió definir el objetivo de la revisión sistemática, la ecuación de búsqueda, las bases de datos a utilizar y los criterios de inclusión y exclusión de la documentación encontrada.

3.1 Ecuación de búsqueda

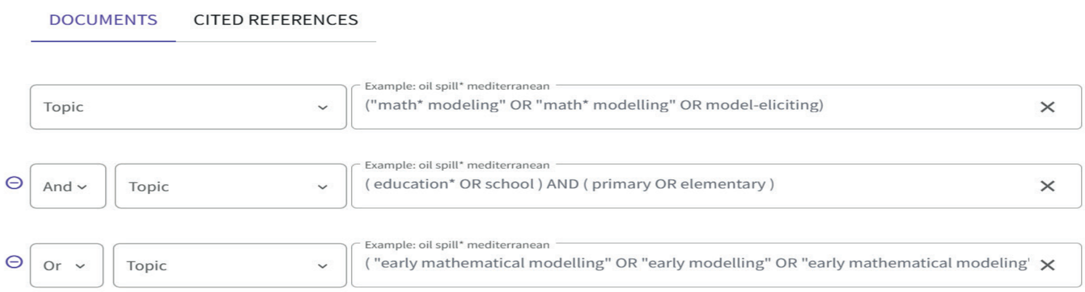
Para identificar la literatura que aborda la modelación matemática en educación primaria se realizó una búsqueda bibliográfica hasta el 2 de mayo de 2025. Para ello se configuró una ecuación a partir del uso de palabras clave y operadores booleanos aplicada en las bases de datos Scopus para los campos de *título*, *resumen* y *palabras clave* (figura 2), y en WoS para el campo de *Topic* (figura 3). En la tabla 1 se presenta el detalle con los temas asociados a cada término de búsqueda.

Figura 2. Búsqueda en base de datos Scopus.



Fuente: elaboración propia.

Figura 3. Búsqueda en base de datos WoS.



Fuente: elaboración propia.

Tabla 1. Ecuación de búsqueda.

Temas	Términos de búsqueda
Modelación matemática	("math* modeling" OR "math* modelling" OR model-eliciting)
Ámbito y nivel educativo	(education OR school) AND (primary OR elementary)
Modelación temprana	("early mathematical modelling" OR "early modelling" OR "early mathematical modeling" OR "early modeling")

3.2 Criterios de inclusión y exclusión

El resultado de la búsqueda arrojó 751 documentos en Scopus y 301 en WoS, los que fueron filtrados por área temática (ver tabla 2) y por tipo de documento, seleccionando solo artículos, lo que indicó un total de 259. Cabe señalar que no se aplicó filtro por año de publicación ni por idioma (si bien la ecuación se realiza con palabras en inglés, ambas bases de datos buscan en todos los idiomas los términos que aparecen en dicha ecuación).

Tabla 2. Filtros por área temática.

Base de datos	Área temática de inclusión
Scopus	Ciencias Sociales
	Matemática
	Psicología
WoS	Educación Investigación Educativa
	Psicología Educativa
	Psicología Multidisciplinaria
	Educación Disciplinas Científicas
	Matemáticas
	Ciencias Sociales Interdisciplinares

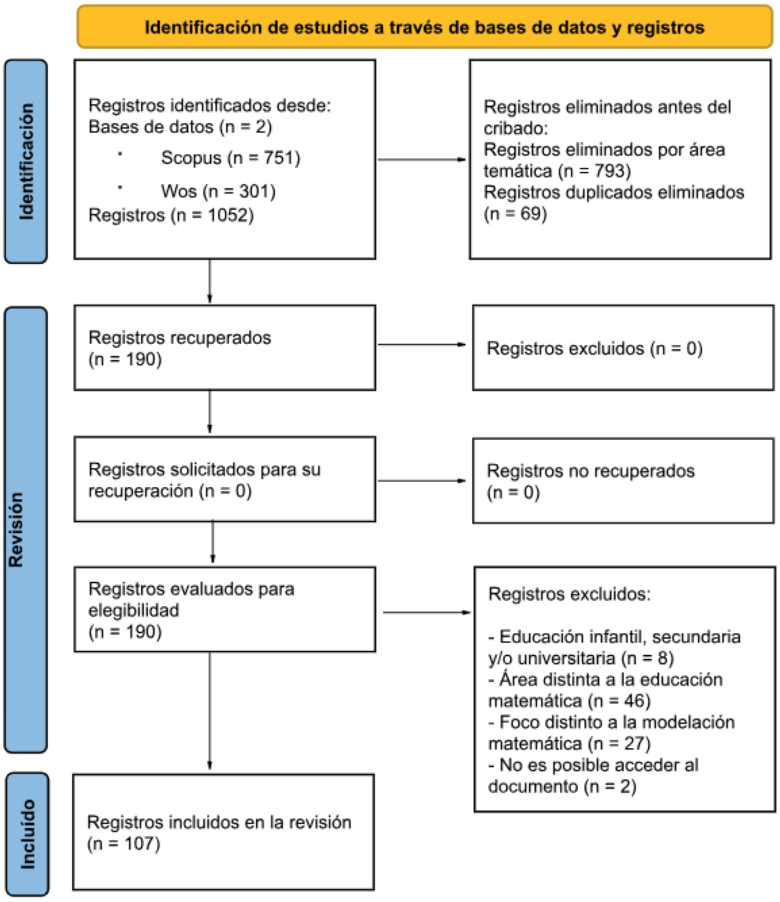
Los artículos obtenidos se analizaron utilizando Rayyan, una inteligencia artificial, *machine learning*, diseñada para agilizar este tipo de estudios (Rayyan Systems, 2024). Esta cuenta con una función que permite detectar automáticamente los archivos duplicados, los que fueron eliminados, quedando un total de 190 artículos posteriormente filtrados por doble ciego, es decir, de manera independiente por dos de las tres autoras a partir del análisis del resumen o de la lectura completa de aquellos que requirieron una mayor profundización para evaluar su pertinencia en relación con el objetivo de estudio y las preguntas de investigación. Los criterios de inclusión y exclusión utilizados se resumen en la tabla 3.

Tabla 3. Criterios de inclusión y exclusión.

Criterios de inclusión	Criterios de exclusión
Bases de datos Scopus y WoS	Otras bases de datos distintas a Scopus y WoS
Todos los años de publicación	-
Todos los idiomas	-
Áreas temáticas señaladas en tabla 2	Áreas temáticas distintas a las señaladas en tabla 2
Tipos de documentos: artículos científicos	Otros tipos de documentos (por ejemplo, capítulos de libros y conferencias)
Estudios con foco en modelación matemática en primaria y/o los primeros años de escolaridad	Estudios con foco en educación infantil o preescolar, secundaria y/o universitaria
	Estudios con foco en áreas distintas a la educación matemática
	Estudios donde el foco no es la modelación matemática
	Estudios a los que no es posible acceder al documento completo

El cribado arrojó finalmente un total de 107 artículos. En la figura 4 se resume el proceso llevado a cabo, de acuerdo con las fases y criterios de inclusión y exclusión.

Figura 4. Diagrama de flujo PRISMA 2020.



Fuente: elaboración propia, adaptado de Page *et al*. (2021, p. 5).

4. Resultados

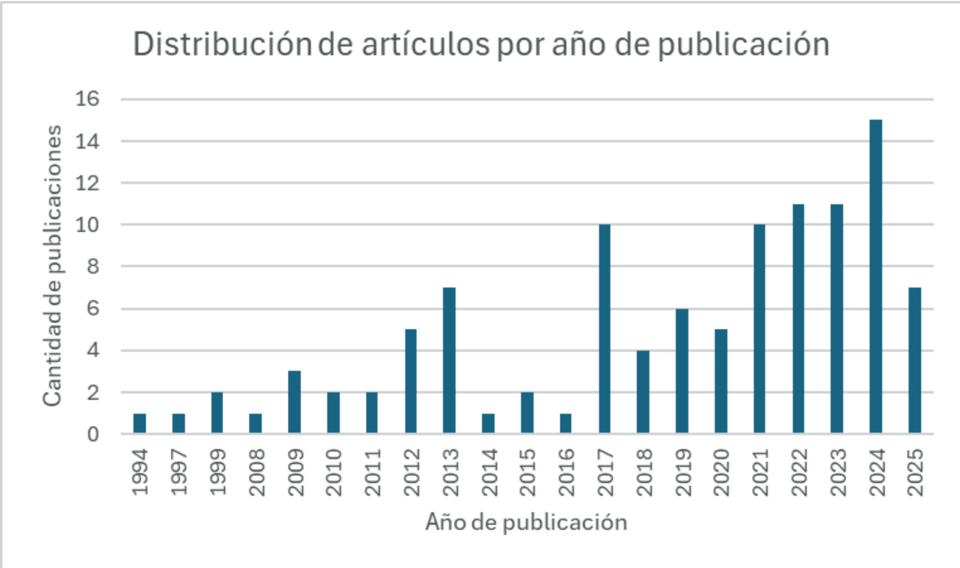
Los resultados de la revisión sistemática se presentan organizados en torno a las preguntas de investigación de las que se levantan categorías de análisis, las que permiten describir cómo la literatura científica revisada aborda la modelación matemática en educación primaria. Se considera la distribución por años de publicación, autores relevantes, foco de estudio y nivel educativo de los estudiantes.

4.1 Distribución por años de publicación

El análisis de los años de publicación de los artículos incluidos en la revisión permite observar cómo ha evolucionado temporalmente la modelación matemática en educación primaria, revelando su consolidación en las producciones científicas, ya que se ha convertido en tema de interés para los investigadores.

En este sentido, se evidencia un auge de publicaciones sobre modelación matemática en educación primaria desde el año 2017, donde se alcanzan 79 artículos versus 28 del periodo 1994-2016. Además, en los últimos cinco años (2021-2025) se tiene un número similar de publicaciones (54) en comparación con la suma de todas las contribuciones de los años anteriores (53) (figura 5).

Figura 5. Distribución de artículos por año de publicación.



Fuente: elaboración propia.

Se destaca el estudio pionero en este ámbito del investigador belga Verschaffel *et al*. (1994), cuyo propósito fue recopilar información sobre el conocimiento del mundo real durante la comprensión y resolución de problemas aritméticos escolares en estudiantes de quinto año de educación primaria. Este investigador ha tenido gran presencia en años posteriores en esta rama de la didáctica de la matemática para la educación primaria, como se verá en el apartado siguiente.

4.2 Autores relevantes

Identificar los autores con mayor presencia en los artículos incluidos en la revisión permite reconocer a aquellos investigadores que han contribuido de forma sostenida en el ámbito de la modelación matemática en primaria. De esta manera, en la tabla 4 se destacan aquellos autores que presentan dos o más artículos como autor principal y, además, como coautores de otras contribuciones.

Tabla 4. Resumen de publicaciones por autores.

Autor	Cantidad de artículos	
	1° autor	Coautor
Albarracín, L.	3	0
Alsina, Á.	1	2
Biccard, P.	4	0
Ciltas, A.	2	1
English, L. D.	4	1
Ferrando, I.	1	2
Gorgorió, N.	0	2
Jünger, M. S.	2	0
Mousoulides, N. G.	2	1
Ng, K. E. D.	3	0
Pasarrella, S.	2	0
Salgado, M.	0	2
Segura, C.	2	0
Turner, E. E.	4	1
Verschaffel, L.	3	1
Wessels, H.	0	2

Fuente: elaboración propia.

Entre ellos podemos destacar al belga Verschaffel, quien, como se señaló en el apartado anterior, fue el pionero en los estudios en modelación matemática en educación primaria, con sus trabajos de los años 1994, 1997 y 1999 como primer autor y luego, en el 2017, como coautor en el mismo ámbito de estudio.

Se destacan, además, los autores English y Alsina, ya que presentan una importante cantidad de contribuciones en el área, en las que se observan con interés particular los primeros años de educación, donde relevan la importancia de incorporar la modelación matemática de manera temprana. Por otra parte, Turner destaca por sus investigaciones centradas en profesores y estudiantes. Respecto de los primeros, su foco de atención refiere al desarrollo profesional docente orientado al diseño e implementación de tareas de modelación matemática en primaria, y, además, se interesa por la evaluación de la competencia de modelación de los estudiantes, desarrollando un instrumento para tal efecto.

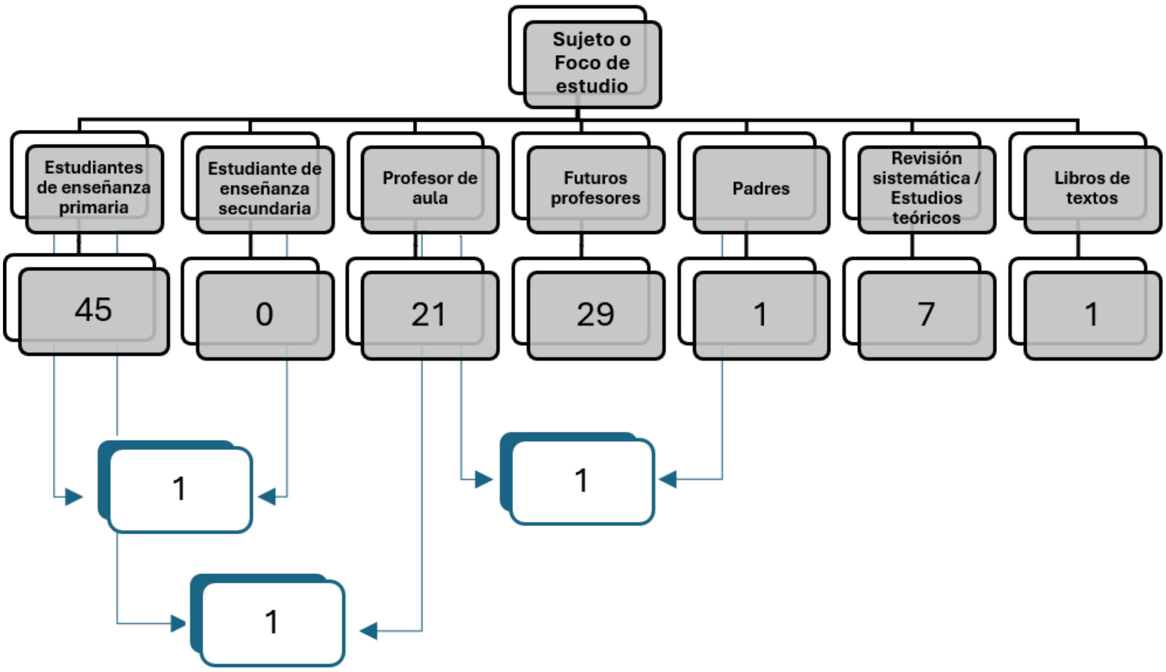
En la línea del desarrollo profesional docente, destacan también las investigaciones de Biccard, quien con cuatro contribuciones enfatiza la implicancia de la participación de los docentes en programas que involucren la modelación matemática y la elicitación (producción) de modelos matemáticos en su práctica docente y en el aprendizaje de sus estudiantes.

Dentro del conjunto de investigadores presentados en la tabla 4, solo cinco de ellos —Albarracín, Alsina, Ferrando, Segura y Salga— publican en español; el resto lo realiza en revistas en idioma en inglés.

4.3 Foco de estudio

Identificar el foco de estudio resulta esencial para comprender qué se ha abordado sobre la modelación matemática en los primeros años de escolaridad, a partir de la literatura especializada. La figura 6 da cuenta de los principales hallazgos en este sentido.

Figura 6. Distribución de artículos según foco de estudio.



Fuente: elaboración propia.

El análisis revela que el principal foco de estudio se centra en los estudiantes, el profesor de aula y los futuros profesores, todos del nivel de primaria, siendo el primero de estos a quien más atiende la literatura especializada con 47 de los 107 artículos. De estos, 45 corresponden a estudiantes de primaria; uno a estudiantes de primaria y secundaria, pues aborda ambos niveles conjuntamente; y, por último, uno que se interesa por los estudiantes de primaria y el profesor de aula a la vez.

Dentro de los artículos que se centran en estudiantes de educación primaria (45) se pudo observar que un número importante analiza cómo los estudiantes responden a tareas matemáticas que promueven el desarrollo de la competencia de modelar matemáticamente. Por ejemplo, Albarracín y Gorgorió (2019) proponen un problema Fermi para estudiantes de 5° grado (10 y 11 años), en el que estos deben estimar cuántos libros caben en la estantería de la biblioteca del colegio. Los problemas de Fermi son un tipo de problema de modelación matemática que se caracterizan por ser útiles para introducirla en el aula, ya que son accesibles a todos los niveles educativos pues no requieren de un conocimiento matemático previo en particular para su resolución; permiten conectar la matemática con otras disciplinas, e incorporar temas sociales de interés.

Otro punto que resalta entre los estudios es el futuro profesor (29 documentos) y cómo la modelación matemática es comprendida por ellos para poder enseñarla posteriormente en el aula. Destacamos los trabajos realizados por Ferrando, Segura y colaboradores (Ferrando *et al*., 2025; Segura *et al*., 2023; Segura *et al*., 2025), quienes han estudiado, por ejemplo, las relaciones del conocimiento del futuro profesor y su rendimiento para resolver problemas de Fermi.

Sobre los 21 artículos que refieren al profesor de aula de primaria, se destaca que los principales intereses se centran en programas de desarrollo profesional docente con intención de mejorar su práctica a partir de la reflexión y el diseño e implementación de tareas de modelación matemática. Además, algunas investigaciones refieren al conocimiento del profesor de aula sobre qué es modelación matemática. Por ejemplo, el artículo de Asempapa (2022), que investiga sobre los conocimientos y las actitudes de los docentes de primaria en ejercicio hacia la modelación matemática, y el de Jünger y Lipovec (2022), quienes describen qué es la modelación matemática en primaria, sus ventajas y dificultades, desde la perspectiva del propio profesorado de primaria.

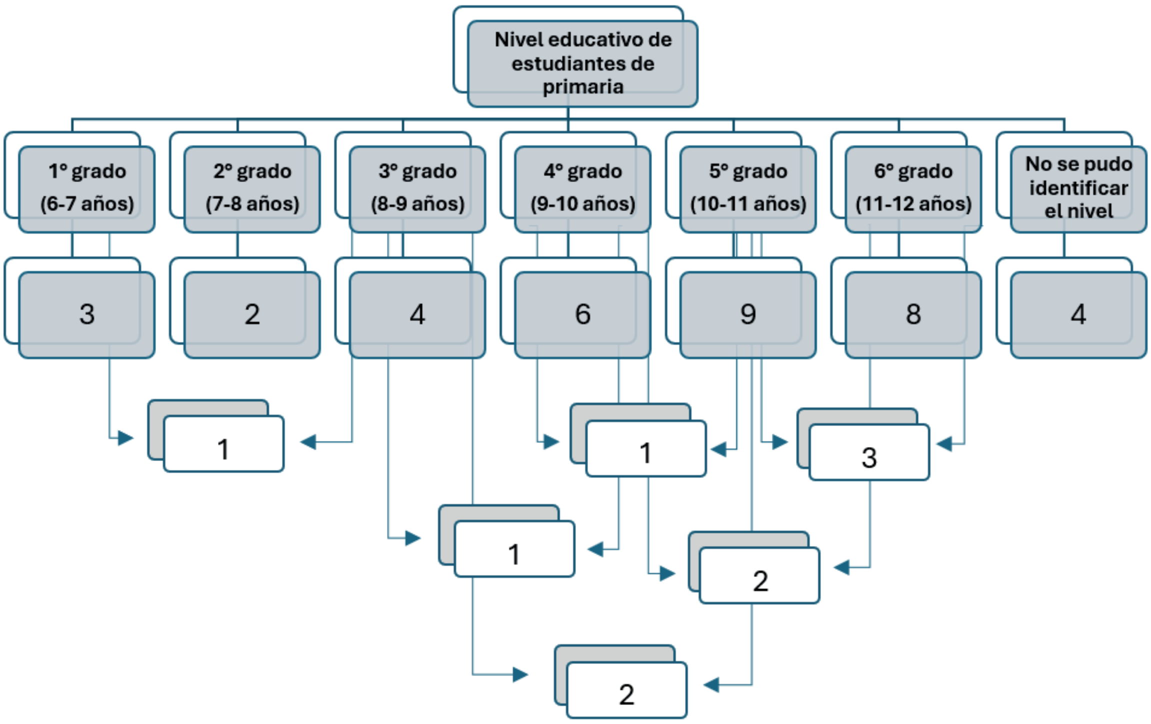
Entre los focos de estudio que menos interés se observa en la literatura, se identifica un artículo que estudia al mismo tiempo al estudiante y al profesor. También hay un único documento que analiza de manera conjunta al profesor y a los padres en relación con sus percepciones sobre la enseñanza de la modelación matemática en primaria, y uno que examina, a la vez, a los estudiantes de primaria y al profesor de aula.

Los restantes estudios (8) se enfocan en otros aspectos tales como análisis de textos escolares (1) y revisiones sistemáticas de literatura o avances teóricos sobre el tema (7).

4.4 Distribución según nivel educativo de estudiantes de primaria

Al mirar únicamente los artículos que se centran en los estudiantes de primaria (47) (figura 7) se tiene que la mayor concentración de estudios se encuentra entre los niveles de 5° y 6° grado con nueve y ocho, respectivamente, en contraste con los niveles extremos, donde 1° y 2° grado presentan escasa indagación.

Figura 7. Distribución de artículos según nivel educativo en estudiantes de primaria.



Fuente: elaboración propia.

Por otra parte, se identifican cuatro estudios en los que no se pudo precisar el nivel escolar pues refieren a estudiantes de primaria en general y no en particular, o bien, porque abordan una perspectiva amplia de lo que implica la modelación matemática en educación primaria.

Adicionalmente, se identifican varias intersecciones entre niveles educativos, destacando combinaciones como 4°-5°-6° (n=2) y 5°-6° (n=3), lo que refuerza la tendencia observada respecto a la concentración de investigaciones en estos niveles. Asimismo, las combinaciones entre 1°-3° (n=1) y 3°-4° (n=1) muestran la escasa investigación en estos grados.

5. Discusión y conclusiones

Nos propusimos realizar una revisión sistemática de la literatura para identificar cómo la literatura especializada aborda la modelación matemática en educación primaria. El proceso de revisión permitió identificar un total de 107 artículos, los cuales fueron analizados en torno a cuatro categorías principales: *años de publicación*, *autores relevantes*, *foco de estudio* y *distribución según nivel educativo de estudiantes de primaria*. Si bien el número de artículos podría parecer significativo, su distribución temporal demuestra lo contrario, ya que las publicaciones se concentran en un periodo extenso de 21 años entre 1994 y 2025, lo que resulta escaso considerando que la modelación matemática ha sido objeto de interés desde hace más de 50 años a nivel internacional (Greefrath *et al*., 2023).

No obstante, se observa una tendencia creciente en los últimos ocho años (desde el 2017 en adelante), lo que sugiere un incremento en el interés por la temática. Esto destaca la relevancia de la modelación matemática en la formación de los estudiantes de primaria y su potencial como objeto de estudio.

Respecto al foco de análisis de los artículos incluidos, se identifica un predominio de investigaciones centradas en los estudiantes, lo cual ha permitido avanzar en la comprensión de sus procesos y competencias en torno a la modelación matemática. Sin embargo, consideramos necesario contar con un mayor número de investigaciones que profundicen en el conocimiento tanto del profesor de aula como de los futuros profesores en consideración a su rol clave en la enseñanza de la modelación. Llama la atención la escasa presencia de investigaciones que posicionan al profesor de aula como foco de estudio, en comparación con aquellas que estudian a los estudiantes y futuros docentes. En este sentido, nos parece que esto otorga la oportunidad de contar con más investigaciones orientadas a la mejora de la práctica docente, especialmente aquellas que analicen los efectos de programas de desarrollo profesional docente enfocados en el diseño, selección e implementación de tareas de modelación matemática en los primeros niveles educativos.

Esto permitiría contar con conocimiento aplicable a distintos contextos educativos, contribuyendo a consolidar la enseñanza de la modelación matemática.

Desde la distribución de artículos según nivel educativo en estudiantes de primaria, la literatura especializada da cuenta de que la menor cantidad de artículos se centra en los primeros niveles, en particular entre 1° y 3° básico, por lo que se identifica una brecha en la investigación en torno a cómo se aborda la modelación matemática en los primeros años de escolaridad. Esta escasez sugiere la necesidad de profundizar en estudios que exploren el desarrollo temprano de competencias de modelación, así como las características didácticas y cognitivas que intervienen en este proceso en los niveles iniciales. En consecuencia, esto representa una oportunidad para nuevas investigaciones que permitan comprender, diseñar e implementar propuestas pedagógicas pertinentes y contextualizadas en dichos grados, fortaleciendo así una visión más amplia y continua del aprendizaje de la modelación matemática en la educación primaria.

A partir de los hallazgos obtenidos, se proyecta la posibilidad de desarrollar nuevas categorías de análisis que permitan profundizar en la comprensión de cómo se aborda la modelación matemática en primaria desde la literatura especializada. Futuros estudios podrían explorar de qué manera los distintos artículos conciben la modelación matemática, es decir, como un medio para el aprendizaje de la matemática o como un fin en sí misma para el desarrollo de la competencia de modelación.

Finalmente, concordamos con Kaiser *et al*. (2023) y Niss y Blum (2020) respecto a que incluir la modelación matemática desde los primeros años de escolaridad es fundamental, ya que promueve una mejor comprensión del mundo, favorece el desarrollo de otras competencias matemáticas y propicia un aprendizaje más profundo de la matemática. Para ello se sostiene que es primordial formar a los profesores de aula y futuros profesores para que puedan incorporarla en la sala de clases.

6. Reconocimiento

Beca Doctorado Nacional ANID 2023-21230712.

7. Referencias bibliográficas

Albarracín, L. y Gorgorió, N. (2019). Using Large Number Estimation Problems in Primary Education Classrooms to Introduce Mathematical Modelling. *International Journal of Innovation in Science and Mathematics Education*, *27*(2), 45-57. https://doi.org/10.30722/IJISME.27.02.004

Alsina, Á. (2023). Conocimientos esenciales sobre los procesos, habilidades o competencias matemáticas: orientaciones para implementar situaciones de aprendizaje. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, *12*(2), 65-108. https://doi.org/10.24197/edmain.2.2023.65-108

Alsina, Á. y Salgado, M. (2022). Understanding Early Mathematical Modelling: First Steps in the Process of Translation Between Real-world Contexts and Mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *20*(8), 1719-1742. https://doi.org/10.1007/s10763-021-10232-8

Asempapa, R. S. (2022). Examining Practicing Teachers' Knowledge and Attitudes toward Mathematical Modeling. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, *10*(2), 272-292. https://doi.org/10.46328/ijemst.2136

Bicudo, M. A. V. y Klüber, T. E. (2011). Research in mathematical modeling in Brazil: the way for a metacomprehension. *Cadernos de Pesquisa*, *41*, 904-927. https://doi.org/10.1590/S0100-15742011000300014

Blum, W. y Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? En Haines, C., Galbraith, P., Blum, W. y Khan, S. (eds.), *Mathematical modelling (ICTMA 12). Education, engineering and economics* (pp. 222-231). Ellis Horwood.

Blum, W. y Niss, M. (2024). Origin and Development of the Notion of Mathematical Modelling Competency/Competencies. En Siller, H. S., Geiger, V. y Kaiser, G. (eds.), *Researching Mathematical Modelling Education in Disruptive Times. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (pp. 185-200). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-53322-8_14

Borromeo-Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *38*(2), 86-95. https://doi.org/10.1007/BF02655883

Bossio Vélez, J. L., Santa Ramírez, Z. M. y Jaramillo López, C. M. (2023). Un análisis sobre las barreras de la modelación matemática en la práctica educativa del profesor de básica primaria. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (68), 255-285. https://www.doi.org/10.35575/rvucn.n68a11

Bustos-Osorio, B. y Ramos-Rodríguez, E. (2025). Effectiveness of a Teacher Professional Development program on Mathematical Modeling and Cognitive Demand for elementary school teachers. En *ICTMA 22*, Linköping University.

Cevikbas, M., Kaiser, G. y Schukajlow, S. (2022). A systematic literature review of the current discussion on mathematical modelling competencies: state-of-the-art developments in conceptualizing, measuring, and fostering. *Educational Studies in Mathematics*, *109*(2), 205-236. https://doi.org/10.1007/s10649-021-10104-6

English, L. D. y Sriraman, B. (2010). Problem Solving for the 21st Century. En Sriraman, B. y English, L. D. (eds.), *Theories of Mathematics Education Seeking New Frontiers* (pp. 263-290). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-00742-2_27

Fajri, H. M. y Marini, A. (2025). A bibliometric study on mathematical modelling in elementary schools in the Scopus database between 1990-2024. *EURASIA. Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *21*(2), em2577. https://doi.org/10.29333/ejmste/15916

Ferrando, I., Barquero, B. y Segura, C. (2025). Does training matter? Effect of training strategies on how pre-service teachers pose and assess modelling problems. *ZDM–Mathematics Education*, *57*, 275-288. https://doi.org/10.1007/s11858-025-01658-3

Greefrath, G., Carreira, S. y Stillman, G. (2023). Advancing Mathematical Modelling and Applications Educational Research and Practice. En Greefrath, G., Carreira, S. y Stillman, G. (eds.), *Advancing and Consolidating Mathematical Modelling: Research from ICME-14* (pp. 3-19). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-27115-1_1

Greer, B., Verschaffel, L. y Mukhopadhyay, S. (2007). Modelling for Life: Mathematics and Children's Experience. En Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H. W. y Niss, M. (eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education. New ICMI Study Series* (pp. 88-98). Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_7

Jünger, M. y Lipovec, A. (2022). What Is and What Is Not Mathematical Modelling in Primary School: Opinions of Slovenian and Croatian Primary School Teachers / Što jest, a što nije matematičko modeliranje u razrednoj nastavi: mišljenja slovenskih i hrvatskih učitelja razredne nastave. *Hrvatski časopis za odgoj i obrazovanje*, *24*(2), 539-568. https://doi.org/10.15516/cje.v24i2.4451

Kaiser, G. y Stender, P. (2013). Complex modelling problem in cooperative learning environments self-directed learning environments. En Stillman, G., Kaiser, G., Blum, W. y Brown, J. (eds.), *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice* (pp. 277-294). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-6540-5_23

Kaiser, G., Blum, W., Borromeo Ferri, R. y Greefrath, G. (2023). Mathematisches Modellieren. En Bruder, R., Büchter, A., Gasteiger, H., Schmidt-Thieme, B. y Weigand, H. G. (eds.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (pp. 399-428). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-662-66604-3_13

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM–Mathematics Education*, *38*(2), 113-142. https://doi.org/10.1007/bf02655885

Maaß, K. (2018). Qualitätskriterien für den Unterricht zum Modellieren in der Grundschule. En Eilerts, K. y Skutella, K. (eds.), *Neue Materialien für einen realitätsbezogenen*

Mathematikunterricht 5 Ein ISTRON-Band für die Grundschule (pp. 1-16). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-658-21042-7

Niss, M. y Blum, W. (2020). *The Learning and Teaching of Mathematical Modelling*. Routledge. https://doi.org/10.4324/9781315189314

Page, M. J., McKenzie, J. E., Bossuyt, P. M., Boutron, I., Hoffmann, T. C., Mulrow, C. D., Shamseer, L., Tetzlaff, J. M., Akl, E. A., Brennan, S. E., Chou, R., Glanville, J., Grimshaw, J. M., Hróbjartsson, A., Lalu, M. M., Li, T., Loder, E. W., Mayo-Wilson, E., McDonald, S., ... Alonso-Fernández, S. (2021). Declaración PRISMA 2020: una guía actualizada para la publicación de revisiones sistemáticas. *Revista Española de Cardiología*, *74*(9), 790-799. https://doi.org/10.1016/j.recesp.2021.06.016

Rayyan Systems. (2024). *Rayyan – Intelligent Systematic Review*. Rayyan. https://www.rayyan.ai/

Segura, C., Ferrando, I. y Albarracín, L. (2023). Does collaborative and experiential work influence the solution of real-context estimation problems? A study with prospective teachers. *Journal of Mathematical Behavior*, *70*. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2023.101040

Segura, C., Gallart, C. y Ferrando, I. (2025). Influence of pre-service primary school teachers' prior knowledge of measurement and measurement estimation in solving modelling problems. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1-26. https://doi.org/10.1007/s10857-025-09685-3

Verschaffel, L., De Corte, E. y Lasure, S. (1994). Realistic considerations in mathematical modeling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction*, *4*(4), 273-294. https://doi.org/10.1016/0959-4752(94)90002-7

Verschaffel, L. y De Corte, E. (1997). Teaching realistic mathematical modeling in the elementary school: A teaching experiment with fifth graders. *Journal for Research in Mathematics Education*, *28*(5), 577-601. https://doi.org/10.2307/749692

Verschaffel, L., De Corte, E. y Vierstraete, H. (1999). Upper elementary school pupils' difficulties in modeling and solving nonstandard additive word problems involving ordinal numbers. *Journal for Research in Mathematics Education*, *30*(3), 265-285. https://doi.org/10.2307/749836

UCMAULE

REVISTA ACADÉMICA

Talca, Chile, julio-diciembre, 2025. N° 69. I.S.S.N: 0719-9872

Recopilado: 27-05-2025 | Aceptado: 08-10-2025 | Publicado: 20-12-2025

NIVELES DE RESIGNIFICACIÓN DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO EN LA FORMACIÓN DOCENTE: ANÁLISIS DE UN DISEÑO DE MODELACIÓN ESCOLAR

LEVELS OF REDEFINITION OF MATHEMATICAL KNOWLEDGE IN TEACHER TRAINING: ANALYSIS OF A SCHOOL MODELING DESIGN

ESTUDIO

DANIELA SOTO SOTO
Universidad de Santiago de Chile
Santiago, Chile
daniela.soto.s@usach.cl
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0730-8230

JOSÉ LUIS CAAMAÑO OLIVARES
Universidad de Santiago de Chile
Santiago, Chile
jose.caamano@usach.cl
ORCID: https://orcid.org/0009-0009-5255-8560

VALENTINA BELÉN DÍAZ BUSTOS
Universidad de Santiago de Chile
Santiago, Chile
valentina.diaz.b@usach.cl
ORCID: https://orcid.org/0009-0005-7054-1093

Resumen

En un curso de formación inicial de profesores de matemática, cuyo producto final consistió en el diseño de una situación de modelación fundamentada en la teoría socioepistemológica, surge la pregunta: ¿qué resignificaciones emergen en el conocimiento matemático de los/las estudiantes? ¿Y a qué nivel se resignifican? La investigación se enmarca en un enfoque cualitativo descriptivo, utilizando el análisis temático de un caso: el diseño denominado “Gimnasia Matemática”, orientado a la resignificación de las funciones trigonométricas. Como herramienta metodológica se empleó el *software* ATLAS.ti para realizar la codificación del documento producido por los estudiantes. Los resultados muestran que los futuros docentes comienzan a articular conocimiento intuitivo y conceptual, exploran el uso de la gráfica con intención argumentativa y reconocen la proporcionalidad y lo trigonométrico como relaciones centrales. Sin embargo, estas resignificaciones aparecen de manera parcial y en distintos niveles: en algunos casos se mantienen en lo incipiente, mientras que en otros se avanza hacia niveles medios, sin consolidarse aún en resignificaciones profundas. La novedad del análisis es que se ha logrado registrar una estructura para categorizar el nivel de resignificación de los futuros profesores de matemática.

Palabras clave: Formación de profesores, modelación, diseños de situaciones, niveles de resignificación.

Abstract

In an initial mathematics teacher training course, whose final product consisted of the design of a modeling situation grounded in socioepistemological theory, the question arises: What resignifications emerge in the mathematical knowledge of the students, and at what level do they resignify themselves? The research is framed within a descriptive qualitative approach, using the thematic analysis of a case: the design called “Mathematical Gymnastics”, oriented toward the resignification of trigonometric functions. As a methodological tool, the ATLAS.ti software was used to carry out the coding of the document produced by the students. The results show that the future teachers begin to articulate intuitive and conceptual knowledge, explore the use of the graph with argumentative intent, and recognize proportionality and the trigonometric as central relationships. However, these resignifications appear partially and at different levels: in some cases, they remain incipient, while in others, they advance toward medium levels, without yet consolidating into deep resignifications. The novelty of the analysis is that it has been possible to register a structure to categorize the level of resignification of the future mathematics teachers.

Keywords: Teacher training, modeling, situation designs, levels of resignification.

1. Problemática

La inclusión de la modelación matemática en la formación inicial de profesores constituye una dificultad persistente y ampliamente señalada en la literatura, siendo un componente clave para promover una matemática funcional en la escuela. Diversas investigaciones internacionales han mostrado que los futuros docentes no cuentan con las herramientas necesarias para la enseñanza de la modelación, en gran medida porque no la viven en sus propias experiencias formativas. Como advierte Stillman (2019), "a menudo, los profesores en formación tienen una exposición limitada a tareas de modelación durante su propia formación y carecen del conocimiento didáctico necesario para implementarla en el aula" (p. 12).

En el contexto chileno, Huincahue *et al.* (2018) evidencian que los futuros profesores presentan dificultades importantes al diseñar tareas de modelación, debido a la falta de experiencias formativas sistemáticas y a una visión reducida del conocimiento matemático escolar, centrada en la aplicación de procedimientos antes que en la construcción de significados. De manera complementaria, Vilches *et al.* (2019) muestran que la modelación aparece solo de forma marginal en los programas de Pedagogía en Matemáticas, lo que profundiza la brecha entre la formación universitaria y la práctica escolar.

Esta falta de experiencias formativas tiene consecuencias directas en la práctica profesional: los docentes en servicio se ven obligados a enseñar modelización sin contar con la formación necesaria (Guerrero y Borromeo, 2022). En consecuencia, tanto los profesores en ejercicio como los futuros docentes tienden a reproducir prácticas tradicionales o improvisar estrategias pedagógicas poco eficaces (Andrews y Sayers, 2012; Paolucci y Wessels, 2017, citados en Guerrero y Borromeo, 2022), lo que conlleva errores en los procesos de modelación y en el uso de los contenidos matemáticos (Moreno *et al.*, 2021).

Desde la Teoría Socioepistemológica (TS), esta situación no se explica solo por la falta de estrategias didácticas, sino por la existencia de una epistemología dominante: el discurso matemático escolar (dME), sistema de razón que organiza la enseñanza en torno a definiciones y procedimientos descontextualizados. Este discurso privilegia la repetición de algoritmos y la resolución de problemas rutinarios, invisibilizando los usos del conocimiento y obstaculizando su resignificación (Opazo y Cordero, 2021). Si esta epistemología no es confrontada, la modelación corre el riesgo de reducirse a la emulación de escenarios, sin problematización real del saber matemático.

Para que el profesor pueda rediseñar el dME requiere problematizar el conocimiento matemático, es decir, reconocer los usos con los cuales este saber se puede resignificar. Problematizar implica movilizar distintas dimensiones: lo cognitivo, identificando saberes y obstáculos en el aprendizaje; lo didáctico, analizando las relaciones en el aula; lo epistemológico, recuperando la génesis histórica y los quiebres epistemológicos que han permitido el desarrollo del saber; y lo social, reconociendo los usos del conocimiento matemático en comunidades de conocimiento (Reyes-Gasperini, 2016; Báez *et al*., 2025). Como señala Montiel (2010), rediseñar el discurso escolar no significa seguir algoritmos predefinidos, sino comprender cómo se problematiza el saber, cómo emergen interacciones en el sistema didáctico y cómo se construyen significados colectivos e institucionalizados.

En consecuencia, para transformar las prácticas pedagógicas, en particular, las vinculadas a la modelación, el futuro profesor primero necesita resignificar su propio conocimiento matemático y didáctico.

De esta forma, el diseño de situaciones de modelación aparece como una herramienta didáctica para la formación de profesores la cual propicia la problematización del conocimiento y favorece la resignificación en el saber matemático de los futuros docentes. Esta no debe concebirse como una tarea técnica, sino como una vía formativa que tensiona el dME. De ahí que surge este estudio, desarrollado en el marco de un curso de didáctica del cálculo en la formación inicial de profesores, donde se propone que los futuros docentes problematicen el saber matemático escolar y diseñen situaciones de modelación desde la TS. En particular, en este artículo se analizará una situación de modelación que diseñó un grupo de estudiantes relacionado con la función trigonométrica.

En este contexto se planteó la siguiente pregunta: ¿qué resignificaciones emergen en el conocimiento matemático de estudiantes de Pedagogía al diseñar situaciones de modelación escolar desde la teoría socioepistemológica? ¿Y a qué nivel se resignifican estos conocimientos? En coherencia, el objetivo de la investigación es analizar las resignificaciones del conocimiento matemático evidenciadas en los productos de estudiantes de Pedagogía en Matemáticas tras diseñar situaciones de modelación escolar y su nivel respectivo.

2. Marco teórico

La Teoría Socioepistemológica (TS) surge como una propuesta crítica frente al discurso matemático escolar (dME), entendido como un sistema de razón que regula y legitima la enseñanza de la matemática en la escuela centrado en los objetos matemáticos (Soto y Cantoral, 2014). El dME se ha caracterizado por centrar la enseñanza en definiciones y procedimientos descontextualizados, lo que ha derivado en fenómenos como la exclusión de los estudiantes, la invisibilización de los significados germinales de la construcción del conocimiento matemático, saberes técnicos y populares, y la consolidación de una adherencia institucionalizada que impide cuestionar los argumentos dominantes de la matemática escolar (Cordero *et al*., 2015; Opazo y Cordero, 2021).

Frente a ello, la TS propone una ruptura con el dME al reconocer que el conocimiento matemático es un saber social y cultural que adquiere sentido a través de sus usos en prácticas específicas (Cantoral, 2013; Cordero, 2023). Desde esta perspectiva, el objetivo formativo no es solo transmitir contenidos, sino resignificar el conocimiento matemático, es decir, reconstruir sus significados en función de una epistemología que se recupera de las prácticas humanas.

Los *usos del conocimiento matemático* se entienden como funciones orgánicas que emergen de las prácticas sociales y se manifiestan en las tareas que los sujetos realizan en distintos dominios —matemático, cotidiano o escolar— (Cordero, 2023). En este sentido, el uso no se limita a la aplicación técnica de un procedimiento, sino que se expresa en un argumento para una situación específica. El uso se va desarrollando al confrontar, en una situación específica, lo que en la TS se ha denominado *funcionamiento* y *forma*: la forma alude a cómo se actúa (cómo se calcula, cómo se argumenta), mientras que el funcionamiento responde al para qué le sirve al usuario en un contexto particular (Balda y Buendía, 2024).

En este marco, *resignificar el conocimiento matemático* implica generar nuevas relaciones con el saber, superando la repetición de rutinas escolares y reconociendo otros usos (argumentos epistemológicos). Para Cordero (2023), este proceso ocurre cuando la alternancia de tareas genera nuevas funcionalidades que debaten con los usos. Zaldívar (2014), retomando a Berger y Luckmann (2006), complementa esta visión al situar la resignificación en la tensión entre *mantenimiento de rutinas y crisis epistémicas*: las rutinas conservan significados previos, mientras que las crisis abren posibilidades de quiebre y reconfiguración del conocimiento. Montiel (2010) aporta, además, que resignificar un concepto escolar implica situarlo en nuevas prácticas o confrontar significados previos e insuficientes frente a problemas no rutinarios.

En definitiva, para resignificar el conocimiento matemático es necesario rescatar los usos (argumentos epistemológicos) que han permitido la construcción de conocimiento, pero además se requiere de un proceso que implica el debate entre cómo se transita (forma) y el porqué de este nuevo uso (funcionamiento). Para esto se requiere del quiebre de las rutinas que se tienen sobre los conocimientos matemáticos.

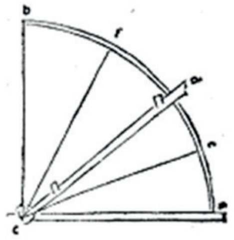
Para dar claridad a estas nociones, a continuación se relata el uso de lo trigonométrico.

2.1 El uso de lo trigonométrico

La trigonometría en la escuela suele reducirse a la aplicación de fórmulas y algoritmos descontextualizados, lo que conduce a concebir las razones trigonométricas como simples divisiones entre lados de un triángulo rectángulo (Montiel, 2011). Este enfoque privilegia un significado proporcional-aritmético, basado en la invariancia de las razones cuando se amplían o reducen los lados de triángulos semejantes (Montiel y Jácome, 2014). Sin embargo, esta perspectiva oculta el trasfondo histórico y epistemológico de lo trigonométrico, vinculado a la necesidad de modelar fenómenos no proporcionales.

Un ejemplo paradigmático se encuentra en el *Almagesto* de Ptolomeo (siglo II d. C.), donde se construyeron las primeras tablas de cuerdas para calcular posiciones astronómicas. En estas representaciones (figura 1), la longitud de la cuerda subtensa por un ángulo central no mantiene una relación proporcional con dicho ángulo, sino que varía de manera no lineal. Este hecho constituye el germen de lo que hoy reconocemos como funciones trigonométricas, mostrando cómo la matemática emergió de una práctica cultural de medición indirecta y predicción de fenómenos celestes.

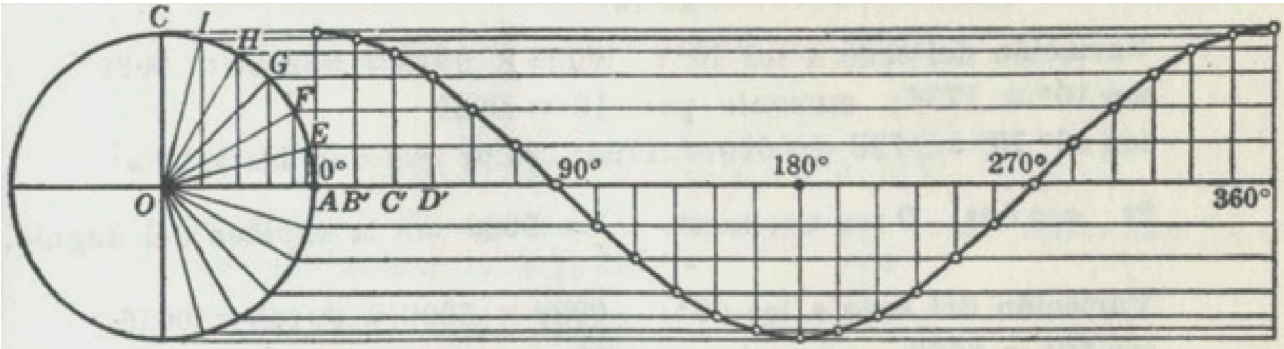
Figura 1. Relación no proporcional entre ángulo y cuerda en el Almagesto de Ptolomeo.



Fuente: Camacho-Ríos (2011).

Desde la TS, Cruz-Márquez y Montiel-Espinosa (2024) plantean la necesidad de resignificar lo trigonométrico en la formación de profesores, es decir, recuperar estos significados y usos germinales que fueron opacados por el dME. En este sentido, la proporcionalidad no desaparece, pero adquiere un papel distinto: se convierte en una herramienta para estudiar relaciones no proporcionales. Así, las funciones seno y coseno —representadas en la figura 2— dejan de ser concebidas únicamente como divisiones de lados, para ser entendidas como modelos de covariación no proporcional entre ángulo y magnitudes (catetos, cuerdas, arcos).

Figura 2. Formalización de la relación no proporcional: seno y coseno en el círculo unitario.



Fuente: Camacho-Ríos (2011).

En coherencia con lo anterior, desde la TS problematizar el saber implica situar un conocimiento escolar en tensión con sus significados institucionalizados, para confrontarlo con los usos y prácticas que le dieron origen y que pueden darle nuevos sentidos (Reyes-Gasperini, 2016). En el caso de lo trigonométrico, problematizar significa cuestionar su enseñanza reducida a proporciones entre lados de triángulos semejantes y reconstruirlo desde su génesis histórica: la necesidad de cuantificar relaciones no proporcionales, como la variación entre ángulo y cuerda en el círculo. Este proceso de problematización abre el espacio para reconocer un uso de los trigonométrico que permita una crisis epistémica (Zaldívar, 2014), y por tanto, resignificar la trigonometría como un saber cultural, articulado con usos de medición indirecta, predicción de fenómenos y representación gráfica.

De este modo, lo trigonométrico se resignifica como un saber cultural y epistémico: un conocimiento nacido en comunidades de conocimiento específicas, de prácticas de observación astronómica y medición indirecta, que puede ser reconstruido en el aula a través de escenarios donde los estudiantes exploren variaciones angulares, reconozcan periodicidad y articulen la gráfica como argumento epistémico. Este tránsito, de lo proporcional a lo no proporcional, constituye el quiebre epistemológico (crisis en términos de Zaldívar, 2014) necesario para superar la enseñanza mecanizada y abrir paso a una comprensión situada de la trigonometría.

2.2 Los usos en las comunidades de conocimiento

Los usos se construyen y cobran sentido en el marco de *comunidades de conocimiento*, entendidas como colectivos que legitiman y dotan de validez al saber matemático a partir de sus prácticas compartidas (Cordero *et al*., 2014; Cordero, 2023). Dichas comunidades se caracterizan por:

- *Localidad*, en tanto los significados emergen de contextos situados, en situaciones específicas.
- *Intimidad*, desarrollan lenguajes y códigos propios, una jerga común.
- *Reciprocidad*, esto asegura la construcción y negociación colectiva de los significados.

La resignificación del conocimiento matemático ocurre cuando los futuros docentes reconocen los usos del conocimiento en comunidades específicas; es aquí donde se generan nuevas funcionalidades que cuestionan las formas instituidas por el dME.

2.3 Usos y modelación escolar

Los trabajos de Magali Méndez han desarrollado la propuesta de la modelación escolar como una categoría construida *ad hoc* para la matemática escolar. Su propósito no es trasladar directamente modelos científicos al aula, sino generar situaciones que permitan movilizar usos del conocimiento matemático en contextos significativos, provocando crisis y abriendo espacios para la resignificación del saber (Méndez *et al*., 2016; Cordero, 2023; Zaldívar, 2014).

Méndez *et al*. (2013) plantean que la modelación escolar se organiza en tres momentos:

a. *Experiencia evocada*, donde se recogen datos significativos del fenómeno.

b. *Análisis de variaciones locales y globales*, representadas en gráficas o tablas.

c. *Ajuste y descripción de comportamientos*, que permiten construir y validar modelos matemáticos.

Este modelo articula distintos usos como: lo variacional, la transformación a partir de comportamientos tendenciales y la graficación como argumento epistémico. Esto muestra que la modelación escolar desde la TS no se limita a representar fenómenos, ni al paso del mundo real al matemático solamente, sino que constituye un dispositivo formativo orientado que requiere integrar diferentes usos del conocimiento matemático, usos que han sido profundamente investigados en el trabajo de Cordero (2023).

El primer momento de la modelación escolar, denominado experiencia evocada, constituye la entrada al fenómeno y el espacio donde los estudiantes recogen datos significativos que les permiten situar el conocimiento matemático en un contexto concreto. Este momento no se limita a observar pasivamente, sino que busca provocar experiencias que activen la relación entre uso, usuario y contexto, de manera que el fenómeno adquiera sentido desde prácticas humanas situadas. En este sentido, la experiencia evocada puede materializarse a través de exploraciones corporales, observaciones experimentales o situaciones de la vida cotidiana que movilizan intuiciones y saberes previos.

El segundo momento se refiere al estudio de la variación. Ferrari y Méndez (2022) proponen niveles de razonamiento covariacional (adaptados de Thompson y Carlson, 2017) que permiten describir cómo los estudiantes piensan la relación entre dos cantidades que varían juntas. Estos niveles progresan desde la coordinación de valores puntuales (Nivel 0 y 1), pasando por la comparación de intervalos y tasas promedio (Niveles 2 y 3), hasta el razonamiento sobre tasas instantáneas y variación continua (Niveles 4 y 5).

Estos niveles de razonamiento covariacional constituyen una herramienta analítica para este estudio, pues permiten observar hasta qué punto los futuros profesores resignifican la variación y la transformación al diseñar situaciones de modelación.

Por último, en el momento de ajuste y descripción de comportamientos, lo que se estudia son situaciones de transformación. Estas derivan de lo que en la TS se denomina *comportamiento tendencial de las funciones* (Cordero, 2023). Estas situaciones constituyen epistemologías que fundamentan la construcción de tareas específicas del cálculo y, en el caso de la formación de profesores, se materializan en los diseños que ellos generan con esa epistemología.

Las transformaciones se concretan en la coordinación entre representaciones gráficas y estructuras algebraicas, a partir de la modificación de parámetros en expresiones del tipo: $Af(ax+b)+B$.

Esta articulación permite distinguir comportamientos característicos de las funciones; en el caso de las trigonométricas, identificar amplitud y periodos, así como traslaciones verticales y horizontales. Por tanto, la transformación de parámetros no se entiende únicamente como un procedimiento algebraico, sino como un recurso epistémico que posibilita a los estudiantes reconocer regularidades y variaciones globales de los fenómenos, provocando crisis epistémicas y favoreciendo la resignificación del saber.

De esta forma, lo central aquí es que estos momentos no son solo fases técnicas, sino que abren la posibilidad de crisis epistémicas (Zaldívar, 2014) que favorecen la resignificación del conocimiento matemático.

2.4 El uso de la gráfica como argumento

En el marco de los usos del conocimiento matemático, la gráfica ocupa un lugar central porque permite articular representaciones, variaciones y comportamientos tendenciales en los procesos de modelación. Suárez y Cordero (2010) han señalado que la gráfica no debe limitarse a ser una ilustración, representación o un recurso didáctico, sino que puede funcionar como un argumento epistémico, es decir, un medio para producir y validar conocimiento matemático.

De manera complementaria, Cordero *et al*. (2010) identifican distintos usos institucionales de la gráfica en la enseñanza de las matemáticas, tales como la distribución de puntos, el análisis geométrico de transformaciones, el estudio del comportamiento de curvas (creciente, decreciente, máximos, mínimos), el cálculo de áreas y volúmenes, y el análisis de información. Estos usos muestran que la gráfica no es un objeto estático, sino que se despliega en una diversidad de prácticas que favorecen la construcción de significados matemáticos y la articulación con distintos objetos (funciones, derivadas, integrales, entre otros).

En la enseñanza escolar, sin embargo, la gráfica suele utilizarse de manera instrumental, como un apoyo visual de fórmulas o procedimientos ya dados. Desde la TS, lo relevante es comprender cómo la gráfica se transforma en un uso matemático que posibilita la resignificación del conocimiento, al permitir que los estudiantes exploren variaciones, identifiquen patrones y construyan generalizaciones a partir de fenómenos situados (Cordero, 2023).

En este sentido, el análisis de los diseños de modelación elaborados por los futuros profesores considerará no solo la presencia de gráficas, sino también el tipo de uso que se hace de ellas: si aparecen como ilustración, si cumplen una función de análisis y organización de la información, o si se integran como argumento para la construcción de conocimiento.

3. Metodología

Esta investigación se enmarca en un enfoque cualitativo de carácter exploratorio-descriptivo, cuyo propósito es analizar las resignificaciones del conocimiento matemático evidenciadas en el diseño de una situación de modelación elaborado por estudiantes de Pedagogía en Matemáticas.

3.1 Selección de la muestra

El estudio se desarrolló en un curso universitario de didáctica del cálculo, en el que participaron 18 estudiantes de Pedagogía y cuya tarea final consistió en diseñar una situación de modelación fundamentada en la TS. Para este artículo se seleccionó un informe grupal bajo el criterio de cumplimiento completo de la rúbrica de evaluación y por su riqueza en evidencias de uso y resignificación del conocimiento matemático.

Esta rúbrica, además de contemplar los elementos de formalidad propios de un informe académico, consideró como criterios centrales:

a. La efectiva problematización de las nociones abordadas en el diseño.

b. La incorporación de los momentos de modelación escolar propuestos en el modelo de Méndez (2022).

c. La elaboración de un análisis *a priori* que incluyera posibles estrategias y obstáculos de los estudiantes.

3.2 Proceso formativo

La unidad de trabajo se extendió por siete semanas (tres módulos de 80 minutos por semana) y contempló cuatro fases progresivas: (i) reconocimiento de una comunidad de conocimiento y de los usos matemáticos en una práctica específica; (ii) problematización de nociones centrales del diseño; (iii) elaboración de una situación de modelación con apoyo de tecnología; y (iv) construcción de un análisis *a priori* del diseño.

3.3 Recolección de datos

El *corpus* que se analiza corresponde al informe escrito por el equipo elegido, el cual se contempla como un documento académico de carácter público dentro del curso.

3.4 Consideraciones éticas

Este estudio corresponde a una investigación de carácter documental, centrada en el análisis de un producto académico generado en un curso universitario. No se recopilaron datos personales ni se realizaron intervenciones con seres humanos. Por este motivo, no se requirió de la aprobación de un comité de ética científico. Cabe destacar que uno de los coautores del diseño analizado participa también como autor del presente artículo. Esta situación se declara abiertamente y fue considerada desde un enfoque de reflexividad ética, resguardando la transparencia, el respeto al contexto formativo y la integridad del análisis.

3.5 Procedimiento de análisis

El trabajo se realizó mediante el *software* ATLAS.ti, siguiendo tres etapas:

a. Codificación axial: se relacionaron fragmentos del informe con categorías iniciales vinculadas al marco teórico (por ejemplo: uso, usuario, contexto, gráfica, variación, lo proporcional, dME).

b. Análisis temático: los códigos fueron agrupados en tres temas emergentes: del cuerpo al modelo, de la gráfica al argumento variacional y crisis del dME de lo trigonométrico. Estos temas permitieron organizar los hallazgos en torno a la pregunta de investigación.

c. Niveles de resignificación: a partir de la frecuencia y profundidad de las relaciones entre códigos y temas, se establecieron tres niveles de resignificación (incipiente, medio, profundo), definidos con base en la literatura socioepistemológica.

A continuación, la tabla 1 operacionaliza los niveles de resignificación a través de sus indicadores.

3.6 Niveles de resignificación

Tabla 1. Niveles de resignificación.

Nivel	Descripción y descriptores	Indicadores
Nivel incipiente	Articulación inicial entre uso del conocimiento, contexto y crítica al dME, sin crisis epistemológicas profundas. Lo trigonométrico se concibe desde un enfoque proporcional-aritmético. La comunidad de conocimiento aparece de forma superficial. Lo variacional se reconoce de forma aritmética y puntual. La gráfica cumple un rol ilustrativo.	1. Uso del lenguaje de la situación específica, comunidades de conocimiento o contexto, pero sin referencia a la forma (cómo) y la funcionalidad (para qué) de las tareas específicas. 2. Uso de las razones trigonométricas como divisiones de lados. Explicaciones centradas en la semejanza de triángulos. 3. Ausencia de referencia a la variación angular o a la no proporcionalidad. 4. Tareas desarticuladas sin crisis. 5. Reconocimiento de cambios discretos o puntuales en cantidades. 6. Variación entendida como simple "más/menos" en los valores. 7. Pocas o ninguna argumentación gráfica que se articule con otras representaciones.

Nivel	Descripción y descriptores	Indicadores
Nivel medio	Articulación parcial entre la crítica al dME con el diseño de modelación escolar y los usos del conocimiento matemático. Lo trigonométrico se reconoce en la covariación entre ángulo y lados/cuerdas, aunque no lo enuncian explícitamente como no proporcional. La comunidad de conocimiento permite argumentar no solo el contexto, sino la situación específica que permite la construcción de conocimiento. Los usos de la variación y transformación se desarrollan comparando intervalos/tasas promedio, y sin quiebres epistemológicos profundos en los diferentes momentos del diseño. La gráfica se usa con intención argumentativa para mostrar aspectos cualitativos de la función trigonométrica como la periodicidad.	8. Identificación de curvas seno y coseno en la relación ángulo-fuerza o ángulo-cuerda. 9. Reconocimiento de periodicidad (360°) y desfases. 10. Utilización del lenguaje y los significados propios de la comunidad de conocimiento. 11. Articulación entre los diferentes momentos del diseño a partir de crisis. 12. Comparación de intervalos y aproximaciones de manera discreta, reconociendo que el comportamiento no es lineal. 13. Se analizan los comportamientos periódicos de manera puntual y/o por intervalos. 14. Uso parcial de la gráfica para argumentar, identificando comportamientos periódicos y no lineales. 15. Uso de la gráfica con intención argumentativa, pero aún con un uso no explícito.
Nivel profundo	Resignificación profunda del conocimiento matemático a partir del uso del conocimiento matemático. Se comprende lo trigonométrico como un saber que nace de la necesidad de cuantificar una relación no proporcional (ángulo-cuerda, ángulo-cateto). La intimidad, localidad y reciprocidad dan significación a la situación de modelación. Articulación de experimentación, variación continua y no lineal, y transformación a partir de cambios de parámetros, evidenciando crisis epistémicas profundas. Se usa la gráfica como un argumento epistémico que permite la construcción de lo trigonométrico.	16. Crítica explícita al discurso matemático escolar integrado al diseño. 17. Identificación de curvas seno y coseno en la relación ángulo-fuerza o ángulo-cuerda. 18. Reconocimiento de periodicidad (360°) y desfases. 19. Reconocimiento explícito de la variación continua y de la covariación no lineal. 20. Articulación entre los elementos de la comunidad de conocimiento con el estudio de la variación y la transformación, desarrollando crisis de un momento al otro. 21. Uso de transformaciones para explicar comportamiento tendencial periódico. 22. Progresión clara de tareas y los quiebres epistemológicos o crisis. 23. Integración de la gráfica como un argumento que permite construir conocimiento.

Fuente: elaboración propia a partir de Suárez y Cordero (2010), Cordero *et al*. (2010), Cordero *et al*. (2014), Cordero (2023), Montiel (2011), Montiel y Jácome (2014), Zaldívar (2014), Méndez (2022) y Ferrari y Méndez (2022). Los niveles de razonamiento covariacional (Ferrari y Méndez, 2022) se articularon con lo variacional: el nivel incipiente corresponde a cambios puntuales (Niveles 1-2), el nivel medio a tasas promedio e intervalos (Niveles 2-3), y el nivel profundo a covariación continua y tasa instantánea (Niveles 4-5).

4. Diseño y análisis

Se presentan extractos del informe final que desarrollaron los estudiantes, dividido en tres momentos: reconocimiento de la comunidad, problematización del saber y diseño con análisis *a priori*.

4.1 Primer momento: reconocimiento de una comunidad

La figura 3 presenta el diseño de situación de modelación de Caamaño, Olivera y Venegas (s/a).

Figura 3. Reconocimiento de la comunidad *fitness* que desarrollan los estudiantes.

La comunidad Fitness

Dentro de la comunidad fitness, especialmente aquellos que asisten al gimnasio con el objetivo de ganar masa muscular para verse mejor y sentirse saludable denominados *gymrats*, es común realizar ejercicios de fuerza en poleas, como extensión de tríceps, remo al cuello, remo en polea baja, entre otros. Las personas que están dentro de esta comunidad experimentan un fenómeno, dependiendo de "la posición de la polea respecto al levantamiento" del peso, se requiere más o menos fuerza para realizar un ejercicio, incluso los más fuertes tienen que bajar el peso en algunas ocasiones.

En el núcleo de la comunidad fitness -específicamente entre entusiastas del entrenamiento con poleas (coloquialmente llamados *gymrats*)- emerge una práctica matemática implícita. Estos deportistas, enfocados en hipertrofia muscular y bienestar físico, realizan ejercicios como extensiones de tríceps o remos en polea, donde experimentan un *fenómeno biomecánico clave*: la fuerza requerida varía según el ángulo de tracción respecto a la polea, incluso obligando a atletas expertos a reducir carga en posiciones específicas.

Durante este diseño didáctico se explorará este fenómeno a través de un applet interactivo en GeoGebra que simula el uso de poleas en ejercicios de levantamiento, con el propósito de construir y comprender las funciones trigonométricas y sus variaciones a partir de la experiencia corporal de los estudiantes.

Esta perspectiva permite comprender cómo, a partir de la práctica cotidiana en la comunidad fitness, se configuran formas propias de construir y significar el conocimiento matemático. A continuación, se analizan los aspectos de localidad, intimidad y reciprocidad que caracterizan la manera en que este grupo vive y resignifica las funciones trigonométricas en su contexto.

Localidad: Dentro de la comunidad de *gymrats*, la trigonometría no se aborda de manera abstracta, sino que emerge y se resignifica mediante la práctica concreta del entrenamiento con poleas. Los significados locales que construyen estos deportistas provienen de la experiencia sensorial directa: asocian conceptos como "vector de fuerza" con "tensión muscular", "ángulo óptimo" con "posición de máxima eficiencia", y "descomposición de fuerzas" con la sensación física de resistencia variable. Así, la trigonometría adquiere un significado situado en el contexto de sus cuerpos en movimiento, donde el saber matemático se valida no por axiomas formales sino por la eficacia en la optimización del ejercicio.

Intimidad: Los *gymrats* desarrollan una jerga íntima y específica que, sin saberlo, encapsula conceptos trigonométricos fundamentales. Términos como "punto de máxima tensión", "curva de resistencia", "ángulo muerto" o "progresión de carga" constituyen un lenguaje propio mediante el cual comunican y ponen en uso conocimientos matemáticos implícitos. Esta intimidad conceptual les permite ajustar instintivamente variables como "inclinación del banco", "altura de la polea" o "posición del torso" basándose en una comprensión corporeizada de relaciones trigonométricas, sin necesidad de formalizaciones académicas.

Reciprocidad: En esta comunidad existe un interés mutuo por construir y compartir conocimiento sobre la optimización del entrenamiento. Los *gymrats* colaboran intercambiando observaciones sobre cómo diferentes ángulos afectan el rendimiento, experimentan colectivamente con variaciones en las posiciones de las poleas, y generan consensos sobre técnicas eficaces. Esta construcción social del conocimiento trigonométrico aplicado refleja un compromiso compartido por entender las matemáticas funcionales que subyacen a su práctica, aunque no se articulen explícitamente como tales.

4.2 Segundo momento: problematización

La figura 4 presenta el diseño de situación de modelación de Caamaño, Olivera y Venega (s/a) para la problematización.

Figura 4. Problematización desde lo cognitivo, didáctica, epistemológico y social que desarrollan los estudiantes.

Problematización

La investigación de Maknun, Rosjanuardi y Jupri (2022) identifica diversas problemáticas y obstáculos en la enseñanza y el aprendizaje de las funciones trigonométricas, los cuales pueden sintetizarse en los siguientes puntos clave:

- Asociación limitada de valores trigonométricos: Los estudiantes tienden a asociar los valores trigonométricos solo con ángulos específicos (como 30°, 45° o 60°), limitando su comprensión del seno y coseno como funciones continuas. Como señalan los autores: "los estudiantes tienden a restringir los valores del seno a 0, 1/2, $1/2\sqrt{2}$, $1/2\sqrt{3}$ y 1" (Maknun et al., 2022).
- Problemas con el sistema de radianes: Existe una confusión generalizada sobre la naturaleza y el uso de radianes. Los estudiantes no reconocen adecuadamente el valor de π en contextos trigonométricos, llegando incluso a asignarle valores diferentes según el contexto.
- Aplicación mecánica de procedimientos: Los estudiantes convierten ángulos entre radianes y grados siguiendo algoritmos memorizados, sin comprender los fundamentos geométricos de estas conversiones.
- Dificultad con ángulos en diferentes cuadrantes: Se observaron problemas significativos para determinar valores trigonométricos fuera del primer cuadrante, especialmente al ordenar y comparar valores como $\sin \alpha$, $\sin \beta$ y $\sin \theta$ en distintos cuadrantes.
- Problemas de representación gráfica: Los estudiantes presentan dificultades para identificar coordenadas en gráficos trigonométricos, particularmente cuando se utilizan radianes. Por ejemplo, confunden la coordenada $(\pi, -1)$ con $(5, -1)$.
- Transferencia incorrecta de propiedades algebraicas: Aplican propiedades algebraicas a funciones trigonométricas de manera incorrecta, como asumir que $\sin(mx) = m \cdot \sin(x)$.
- Transición problemática entre concepciones: La mayor dificultad identificada es el paso de comprender las razones trigonométricas en triángulos rectángulos a entenderlas como funciones en el círculo unitario y posteriormente como funciones reales.

Así, al verse la enseñanza de estos conceptos limitada principalmente al registro algebraico, se generan importantes obstáculos epistemológicos, evidenciando una desconexión entre registros que: impide la transferencia de conocimientos a nuevos contextos, limita la capacidad de modelación de fenómenos físicos, y perpetua errores conceptuales. A diferencia de cuando los estudiantes pueden observar cómo cambia una curva al modificar sus parámetros locales y globales, para así desarrollar una comprensión intuitiva y profunda de estos conceptos matemáticos, facilitando la transición desde las razones trigonométricas básicas hacia funciones periódicas complejas.

4.3 Tercer momento: diseño y análisis

Esta sección discute el diseño de situación de modelación y presenta un análisis a priori antes de analizar los resultados del estudio.

4.3.1 Diseño de situación de modelación

Se presenta una situación matemática en la que los estudiantes utilizan GeoGebra para modelar el uso de poleas en un gimnasio, explorando cómo la trigonometría afecta la fuerza ejercida al levantar pesas (figura 5). A través de la manipulación del modelo interactivo, los estudiantes observarán cómo los ángulos formados por los cables y la disposición de las poleas influyen en la fuerza necesaria para levantar el peso. Sin necesidad de institucionalizar formalmente el objeto matemático, los estudiantes llegarán a conclusiones sobre las funciones trigonométricas que subyacen, desarrollando una comprensión intuitiva de cómo la trigonometría se aplica en situaciones prácticas.

Figura 5. Diseño que presentan los estudiantes.

Gimnasia Matemática

Para hacer ejercicios mediante poleas, uno puede realizar fuerzas en distintas direcciones según el ejercicio que se quiera realizar o el músculo que se requiera trabajar tal como se muestra en la imagen, en estas situaciones nos vemos enfrentados ante distintas máquinas y pesos, pero ¿Sabes cómo afectan a la fuerza resultante? A continuación, entenderemos mediante objetos matemáticos cómo funcionan las fuerzas para mantener un peso en estado de reposo.

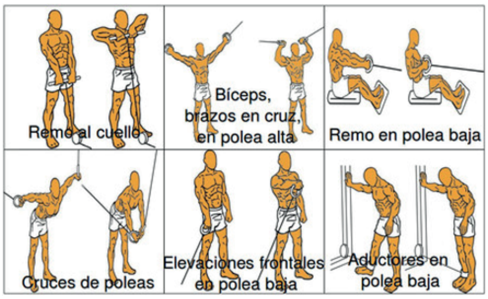


Imagen adaptada de 'Ejercicios con poleas', por Wikimedia Commons, s.f. (https://commons.wikimedia.org/)

Entre al GeoGebra (LINK), en este, se muestra una representación poleas donde existe una fuerza F que logra mantener el reposo entre la polea O y el peso M. En este, además, se muestran las magnitudes de la fuerza horizontal (F_x) y vertical (F_y).

a. ¿Qué factores pueden afectar a la magnitud de estas fuerzas? Represente los objetos que identifique en su cuaderno.
b. Mueva el deslizador hasta que quede perpendicular a la cuerda del peso y responda ¿qué ocurrió con las magnitudes F_x y F_y? ¿Qué significan estos valores?
c. Moviendo el deslizador, represente una cantidad significante de puntos en dos gráficas, donde en una muestre a F_x y en otra a F_y (ambas en las ordenadas). ¿Qué características tienen estas curvas?

2. Basado en lo desarrollado especule:

a. Suponga que se está realizando "Remo al cuello", y luego le da una vuelta a la cuerda en torno a la polea y vuelve a realizar el ejercicio, considerando un entorno con roce despreciable ¿Realizará la misma fuerza? Si cambia la dirección en que aplica la fuerza ¿Cómo será la magnitud de fuerza en comparación con antes de darle la vuelta mencionada?
b. Observe la gráfica que realizó ¿Qué comportamiento espera que sigan estas curvas hacia la derecha? ¿Y hacia la izquierda? ¿Tiene un nombre este comportamiento?

3. Situándonos en distintos escenarios que podrían ocurrir responda:

a. Si para mantener el estado de reposo ahora necesitamos el triple de fuerza ¿Cómo se verán afectadas F_x y F_y? ¿Entre qué valores fluctúan ahora?
b. Si estoy en una máquina que me indica el grado de inclinación de la fuerza que aplico, pero esta está defectuosa con una diferencia de 45° antihorario (es decir, me dice 45° más de los que realmente estoy) ¿cómo se verían las gráficas de F_x y F_y respecto al ángulo que indica la máquina?

Fuente: diseño de situación de modelación de Caamaño, Olivera y Venegas (s/a).

4.3.2 Análisis *a priori*

A continuación, se presenta el análisis *a priori* (figuras 6, 7 y 8) que desarrollan los estudiantes sobre el diseño, explicitando la respuesta ideal de cada pregunta, las posibles estrategias y obstáculos.

Figura 6. Análisis *a priori* del primer momento del diseño.

	Respuesta Ideal	Posibles respuestas, estrategias y obstáculos
1.a)	Los ángulos de inclinación y depresión, la magnitud y sentido del vector F. Además, se pueden identificar los triángulos que conforman la suma de vectores que es el vector F resultante.	**Posible respuesta de los estudiantes**: "Los ángulos y la fuerza que se aplica afectan las fuerzas. Los triángulos que se forman también afectan la fuerza. El peso M". Los estudiantes pueden tener dificultades para identificar cómo los ángulos y vectores interactúan y afectan la magnitud de las fuerzas, especialmente si no tienen una comprensión total de los vectores. En este caso puede ayudar el recordar las características de un vector, como la dirección, con tal de que se vean de forma más evidente los triángulos, o entregar pistas con respecto a la importancia de los triángulos que se forman.
1.b)	F_x llegó a coincidir con F, mientras que F_y llegó a ser cero. Esto significa que la fuerza se está realizando netamente de manera horizontal, por lo que la fuerza vertical es nula.	**Posible respuesta de los estudiantes**: "$F_x$es igual a la fuerza total y F_y es cero porque la cuerda está horizontal". En este ejercicio lo ideal es que el estudiante realice este movimiento del vector en sentido horario, en el caso de hacerlo en sentido contrario, puede provocar confusiones con respecto a valores negativos siendo un obstáculo para la comprensión, pero se puede explicar de que esté negativo en este contexto tan solo implica que el vector apunta al lado contrario con respecto al inicial con apoyo del applet.
1.c)	Representando gráficamente, de hacerse correctamente la gráfica F_x vs. Rad debería ser (o aproximarse a) la gráfica de coseno, mientras que en la gráfica de F_y vs. Rad debería asemejarse al seno. Ambas únicamente en los cuadrantes I y IV. Lo destacable de estas curvas es que llegan a ser negativas (lo que hace sentido en física pues muestra un cambio de sentido) y que fluctúan entre -1 y 1.	**Posible respuesta de los estudiantes**: "La gráfica de F_x se parece a una ola que sube y baja, y la de F_y también, pero de manera diferente." **Obstáculo**: Los estudiantes podrían no reconocer las formas de las curvas como representaciones de las funciones seno y coseno, o no entender el significado de los valores negativos. También existe la confusión con los radianes, la idea es que grafiquen en radianes para que sea evidente la forma de la gráfica, pero puede ser un obstáculo para muchos que no tengan reforzado la unidad de medida en radianes. **Estrategia**: Explicar el significado de los valores negativos en el contexto de dirección de la fuerza. Se puede utilizar un enfoque visual para resaltar las similitudes entre las curvas generadas y las funciones trigonométricas. Explicitar la importancia del uso de los radianes.

Fuente: diseño de situación de modelación de Caamaño, Olivera y Venegas (s/a).

Figura 7. Análisis *a priori* del segundo momento del diseño.

2.a)	Sí, se realizará la misma fuerza. Las magnitudes en distintos ángulos una vez dada la vuelta a la polea, es decir, la fuerza F_x o F_y en α grados, será la misma que en $\alpha + 360°$.	**Posible respuesta de los estudiantes**: "La fuerza será parecida, pero no estoy seguro si es la misma después de darle la vuelta." **Obstáculo**: Los estudiantes pueden no entender completamente el concepto de periodicidad y cómo un ángulo de 360° no afecta la magnitud de la fuerza. Puede ser un poco rebuscado el asociar "que de una vuelta completa" con que "se repita el proceso" y finalmente notar que la función se repite constantemente para llegar a la idea de periodicidad. Junto con esto, la cercanía a la realidad puede llevar a pensar al estudiante que la cuerda va a generar roce con si misma al darle una vuelta a la polea, por lo que se resalta la importancia de especificar que es un ambiente libre de roce. **Estrategia**: Utilizar GeoGebra para que los estudiantes experimenten con diferentes ángulos y observen que la fuerza se repite cuando se da una vuelta completa. Explicar el concepto de periodicidad en términos simples, utilizando la simulación para reforzar el aprendizaje.
2.b)	Hacia ambos lados se espera que se comporten de forma cíclica repitiendo el patrón ya graficado. Esto en matemática se conoce como comportamiento periódico.	**Posible respuesta de los estudiantes**: "Las curvas deberían repetirse de la misma manera hacia ambos lados." **Obstáculo**: Los estudiantes podrían no entender completamente el término "periódico" y cómo se aplica a las funciones trigonométricas. Además, puede ocurrir que no se entienda lo que es un ángulo negativo y se llegue al pensamiento que este objeto tiene dominio únicamente en los reales positivos incluyendo el cero. **Estrategia**: Usar GeoGebra para mostrar cómo las curvas se repiten cuando se grafican a lo largo de un mayor rango de ángulos. Explicar de manera clara y sencilla el concepto de periodicidad, utilizando ejemplos de la vida real, como el movimiento circular, para hacer el concepto más accesible. Y finalmente, explicar que de manera análoga a los vectores, un ángulo negativo significa que se está aplicando en el sentido contrario.

Fuente: diseño de situación de modelación de Caamaño, Olivera y Venegas (s/a).

Figura 8. Análisis *a priori* del tercer momento del diseño.

3.a)	F_x y F_y se verán afectadas en la misma razón que sea afectada F, en este caso como es el triple de F, las fuerzas que la componen también se triplicarán, por lo que ahora ambas fluctúan entre -3 y 3.	**Posible respuesta de los estudiantes**: "Las fuerzas F_x y F_y serán más grandes, pero no estoy seguro cuánto más grandes." **Obstáculo**: Los estudiantes pueden no comprender la relación proporcional directa entre la magnitud de la fuerza total y las componentes F_x y F_y. **Estrategia**: Hacer que los estudiantes ajusten la magnitud de la fuerza y observar cómo se modifican las componentes F_x y F_y. Explicar el concepto de proporcionalidad y cómo se aplica en este contexto, mostrando ejemplos concretos y comparando. Como último recurso, se puede hacer entender mediante razones trigonométricas el cómo se construyen las fórmulas de F_x y F_y.
3.b)	Como 45° es equivalente a $\frac{\pi}{4}$ rad, y esos son grados adicionales en los que no estoy situado, para contrarrestar esta situación nuestra gráfica será desplazada horizontalmente hacia la izquierda la cantidad de radianes especificada.	**Posible respuesta de los estudiantes**: "Las gráficas estarán un poco desalineadas porque la máquina no mide bien el ángulo." **Obstáculo**: Los estudiantes podrían no entender cómo un error en el ángulo afecta el desplazamiento de las gráficas de F_x y F_y. **Estrategia**: Usar GeoGebra para que los estudiantes puedan visualizar cómo se desplazan las gráficas cuando se introduce un error angular. Explicar el concepto de desfase y cómo una alteración en el ángulo se traduce en un desplazamiento horizontal de las gráficas. Además, se puede pedir a los estudiantes que experimenten con diferentes ángulos y comparen los resultados para fortalecer su comprensión.

Fuente: diseño de situación de modelación de Caamaño, Olivera y Venegas (s/a).

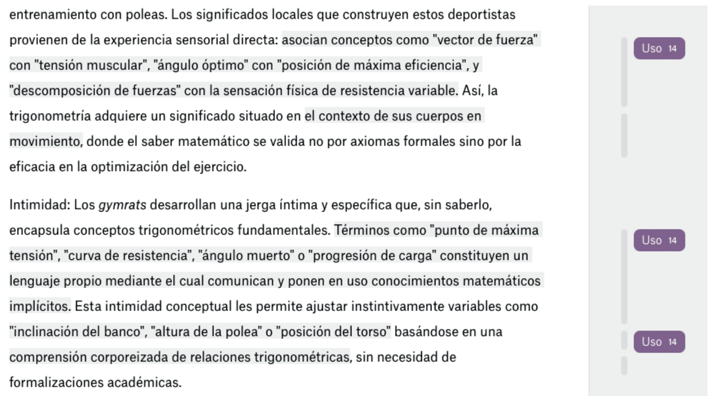
5. Resultados

En esta sección se presenta la interpretación cualitativa del diseño didáctico "Gimnasia Matemática", a partir del análisis temático de las citas codificadas en ATLAS.ti. Se organizaron los códigos en torno a temas emergentes que permiten evidenciar el estado del procesos de resignificación de objetos trigonométricos desde una perspectiva socioepistemológica.

5.1 Primera etapa: codificación axial

Para el análisis de los códigos del informe escrito entregado por los estudiantes, se destacaron las citas que se asocian a un código preestablecido o emergente (figura 10).

Figura 9. Imagen de la codificación en ATLAS.ti.

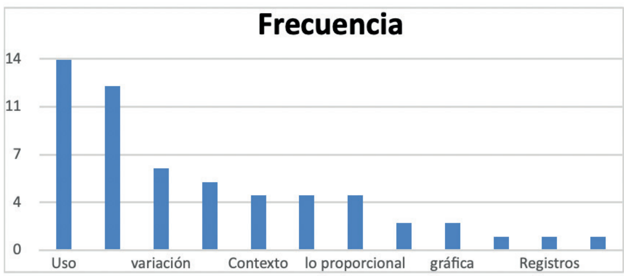

entrenamiento con poleas. Los significados locales que construyen estos deportistas provienen de la experiencia sensorial directa: asocian conceptos como "vector de fuerza" con "tensión muscular", "ángulo óptimo" con "posición de máxima eficiencia", y "descomposición de fuerzas" con la sensación física de resistencia variable. Así, la trigonometría adquiere un significado situado en el contexto de sus cuerpos en movimiento, donde el saber matemático se valida no por axiomas formales sino por la eficacia en la optimización del ejercicio.

Intimidad: Los *gymrats* desarrollan una jerga íntima y específica que, sin saberlo, encapsula conceptos trigonométricos fundamentales. Términos como "punto de máxima tensión", "curva de resistencia", "ángulo muerto" o "progresión de carga" constituyen un lenguaje propio mediante el cual comunican y ponen en uso conocimientos matemáticos implícitos. Esta intimidad conceptual les permite ajustar instintivamente variables como "inclinación del banco", "altura de la polea" o "posición del torso" basándose en una comprensión corporeizada de relaciones trigonométricas, sin necesidad de formalizaciones académicas.

Fuente: codificación propia elaborada en ATLAS.ti.

Posteriormente se registran las frecuencia de los códigos en la figura 10:

Figura 10. Gráfico de frecuencia de los códigos.



Fuente: elaboración propia a partir de los resultados de la codificación.

5.2 Segunda etapa: inferencia de temas

En la tabla 3, se agrupan los códigos en tres temas que emergen de la coherencia interna del informe.

Tabla 3. Frecuencia de códigos por tema.

Tema	Código	Frecuencia	Total de citas asociadas al tema
Del cuerpo al modelo	Uso	14	23
	Contexto	4	
	Modelación	4	
	Usuario	1	
De la gráfica al argumento variacional	Variación	6	15
	Lo periódico	5	
	Gráfica	2	
	Registros	1	
	Traslación	1	
Crisis del dME de lo trigonométrico	Dificultades	12	18
	Lo proporcional	4	
	dME	2	

5.2.1 Tema 1: del cuerpo al modelo

Estos códigos se refieren a cómo los estudiantes reconocen el uso de lo trigonométrico en una comunidad de conocimiento y en una situación específica. Desde la teoría socioepistemológica, hablar de "uso", "usuario" y "contexto" implica considerar el saber desde una práctica brindando significados funcionales. Estos códigos se articulan directamente con la idea de modelar desde una experiencia corporal, por lo tanto, corresponde al tema que analiza cómo se pasa de lo situacional a lo matemático. Este tema muestra cómo los estudiantes resignifican el concepto de ángulo y fuerza a partir de la experiencia corporal. El cuerpo se convierte en herramienta de observación, permitiendo que las nociones matemáticas adquieran un sentido en su uso.

5.2.2 Tema 2: de la gráfica al argumento variacional

Estos códigos emergen cuando los estudiantes usan la gráfica para observar comportamientos y patrones. No son simples descripciones; son intentos por construir una explicación o modelo del fenómeno a partir del análisis de cambios. Este tema revela que la gráfica no se considera solo una representación, sino un argumento que permite la construcción de conocimiento a través de los usos; el estudio de la variación, la translación y la periodicidad.

5.2.3 Tema 3: crisis del dME de lo trigonométrico

Aquí los estudiantes evidencian dificultades en la comprensión, representación o formalización del contenido. Estas dificultades no se leen como errores individuales, sino como efectos del dME. Además, se alinea con los hallazgos de Montiel y Jácome (2014), reconociendo la importancia de la argumentación de lo trigonométrico con lo proporcional. Estos códigos tensionan al dME tradicional con una nueva forma de construir el conocimiento matemático.

5.3 Tercera etapa: análisis temático

En esta etapa se desarrolla el análisis temático del diseño de los futuros profesores de matemática y se interpretará el estado de la resignificación a la luz de los niveles descritos con anterioridad. Para determinar el nivel de cada tema se utilizará el criterio de establecer el nivel final de acuerdo al nivel más bajo encontrado en las codificaciones.

5.3.1 Tema 1: del cuerpo al modelo

En este tema se destacan las siguientes citas:

- Comprender las funciones trigonométricas y sus variaciones a partir de la experiencia corporal de los estudiantes.
- Asocian conceptos como "vector de fuerza" con "tensión muscular", "ángulo óptimo" con "posición de máxima eficiencia", y "descomposición de fuerzas" con la sensación física de resistencia variable.
- Ajustar instintivamente variables como "inclinación del banco", "altura de la polea" o "posición del torso", basándose en una comprensión corporeizada de relaciones trigonométricas.

El código "Uso" (mayor número de citas) evidencia que los futuros profesores no partieron del objeto matemático para construir la noción de ángulo, fuerza o función trigonométrica, sino desde una comunidad de conocimiento y una situación específica. Esto corresponde al descriptor b (comunidad de conocimiento) y a los indicadores de localidad, intimidad y reciprocidad, ya que los significados funcionales se construyen desde el reconocimiento de la práctica *fitness*. Según la tabla, este aspecto se ubica en un nivel profundo, pues rompe con la lógica descontextualizada del dME y resignifica el conocimiento matemático desde su uso situado (Cordero, 2023).

El código "Modelación" y "Contexto" muestran un esfuerzo por articular datos, representaciones gráficas y vínculos con el fenómeno, en línea con el primer momento de la modelación escolar (Méndez, 2022). Sin embargo, el diseño no provoca quiebres epistémicos en el sentido de Zaldívar (2014): se emplea una *forma* (graficar funciones, el cómo), pero no se explicita la *funcionalidad* (para qué), como distinguir lo no proporcional en las funciones trigonométricas. Este aspecto se relaciona con el descriptor a (lo trigonométrico) y el c (variación), ambos situados en un nivel medio, ya que se mantiene en lo proporcional-aritmético y en la variación puntual.

En síntesis, el tema refleja un nivel medio de resignificación: se reconocen usos funcionales y la comunidad como mediadora epistémica (profundo en b), pero la ausencia de crisis y la no explicitación de la no proporcionalidad (a, c) impiden alcanzar un nivel profundo. No obstante, los hallazgos muestran una tendencia positiva hacia una resignificación más robusta.

5.3.2 Tema 2: de la gráfica al argumento variacional

En este tema se destacan las siguientes citas:

- Promueve el análisis de comportamientos locales (valores específicos de fuerza) y su integración en patrones globales (periodicidad, amplitud), desarrollando una comprensión más completa.
- Hacia ambos lados se espera que se comporten de forma cíclica repitiendo el patrón ya graficado. Esto en matemática se conoce como comportamiento periódico.

Las citas muestran que los estudiantes promueven el análisis de comportamientos locales (valores específicos de fuerza) e intentan integrarlos en patrones globales como la periodicidad y la amplitud. Esto se relaciona con el descriptor c (variación), donde se reconoce el cambio local y global, aunque todavía desde una lógica discreta y sin consolidar la idea de covariación continua y no lineal. En este sentido, el nivel alcanzado corresponde a medio, ya que se avanza más allá del "más/menos" de valores puntuales (indicador del nivel incipiente), pero sin llegar a explicitar el tránsito hacia la no proporcionalidad.

Respecto a la gráfica (descriptor d), los estudiantes intentan usarla como recurso argumentativo para explorar comportamientos del fenómeno, superando su función ilustrativa propia del dME. Sin embargo, el uso sigue siendo parcial: la gráfica aparece como apoyo, pero no se consolida como argumento epistémico robusto (Cordero *et al*., 2010). Esto ubica el trabajo en un nivel incipiente, pues la intención argumentativa no logra formalizarse ni sostener inferencias profundas.

El código "Lo periódico" confirma esta interpretación: aunque se identifican repeticiones en los fenómenos, no se reconoce formalmente la periodicidad como propiedad de las funciones trigonométricas, ni se vincula con la no proporcionalidad (descriptor a). Este aspecto se mantiene en un nivel incipiente, al no trascender de la descripción intuitiva hacia un argumento matemático.

En conjunto, el tema 2 refleja una resignificación en nivel incipiente: se reconoce la importancia de la variación y la periodicidad, y la gráfica comienza a ser concebida como algo más que una ilustración, pero la ausencia de continuidad, de referencia a la covariación no lineal y de crisis epistémicas limita el tránsito hacia niveles más profundos de resignificación.

5.3.2 Tema 3: crisis del dME de lo trigonométrico

En este tema se destacan las siguientes citas:

- Los ejercicios tienden a ser mecanizados.
- El movimiento del vector en sentido horario, en el caso de hacerlo en sentido contrario, puede provocar confusiones con respecto a valores negativos, siendo un obstáculo para la comprensión.
- Los estudiantes pueden no comprender la relación proporcional directa entre la magnitud de la fuerza total y las componentes.

El código "Dificultades", uno de los más frecuentes, evidencia cómo los futuros profesores reconocen los obstáculos que provienen del modo en que el saber escolar ha sido institucionalizado. Las citas muestran que identifican ejercicios mecanizados, dificultades en la interpretación de vectores y confusiones con signos, lo cual no es leído como error individual, sino como efecto dME. Esto se alinea con el descriptor c (crisis epistémicas), pues supone reconocer que las rutinas impuestas por el dME generan quiebres que deben ser problematizados (Zaldívar, 2014). En este sentido, el nivel de resignificación es profundo, ya que implica una ruptura con la lógica de culpabilizar al estudiante y desplaza la mirada hacia el sistema escolar y sus prácticas.

En el caso del código “Lo proporcional”, las citas se sitúan en un plano más limitado: los estudiantes reconocen la relación directa entre fuerza total y componentes, lo que corresponde a un tratamiento proporcional-aritmético del saber trigonométrico. Este aspecto se relaciona con el descriptor a (lo trigonométrico) y evidencia un nivel incipiente de resignificación, pues no se tematiza la no proporcionalidad como núcleo del objeto. Sin embargo, el reconocimiento de periodicidades, desfases e identificación parcial de curvas seno/coseno refleja un tránsito hacia un nivel medio, ya que se comienza a vincular lo proporcional con comportamientos variacionales, aunque sin explicitar la ruptura epistemológica necesaria.

En síntesis, el tema 3 combina un nivel profundo en el código “Dificultades” (al reconocer críticamente el peso del dME) con un nivel incipiente-medio en el código “Lo proporcional” (al mantener un enfoque aritmético con avances parciales hacia lo variacional). Por ello, el nivel global del tema se establece como medio, coherente con los criterios de la tabla de descriptores e indicadores.

Para cerrar este análisis de resultados se expone la siguiente tabla de resumen de los niveles por tema:

Tabla 4. Niveles de resignificación por tema.

Tema	Código	Nivel del código	Nivel del tema
1	Uso/Contexto/Usuario	Profundo	Medio
	Modelación	Medio	
2	Variación	Medio	Incipiente
	Gráfica	Incipiente	
	Lo periódico	Incipiente	
3	Dificultades/dME	Profundo	Medio
	Lo proporcional	Medio	

Nota: el nivel del tema corresponde al nivel más bajo de los códigos que lo integran, con el fin de resguardar la coherencia entre las dimensiones analizadas.

6. Discusión

Los resultados muestran que los futuros profesores lograron tensionar parcialmente el discurso matemático escolar (dME) a través de sus diseños de modelación, aunque con trayectorias diferenciadas según los descriptores de la tabla de niveles.

6.1 Tema 1 (Del cuerpo al modelo)

El uso de la comunidad *fitness* como referente permitió situar el conocimiento trigonométrico en una comunidad específica, movilizando los indicadores de localidad, intimidad y reciprocidad (Cordero, 2023). Sin embargo, aunque los estudiantes articularon contexto, usuario y uso, la ausencia de crisis epistémicas en el diseño (Zaldívar, 2014) limitó la resignificación al nivel medio, ya que no se explicitó la no proporcionalidad como eje del objeto trigonométrico.

6.2 Tema 2 (De la gráfica al argumento variacional)

Se observaron avances en el reconocimiento de análisis locales y globales en las gráficas, lo que se relaciona con los indicadores de variación y transformación (Méndez, 2022). No obstante, la gráfica se mantuvo en gran medida en un rol ilustrativo (Cordero *et al.,* 2010), sin consolidarse como argumento epistémico. Además, la periodicidad fue identificada de forma intuitiva, pero no formalizada ni vinculada a la no proporcionalidad de lo trigonométrico. Estos aspectos ubican al tema en un nivel incipiente, coherente con la falta de explicitación de la covariación continua y no lineal (Ferrari y Méndez, 2022).

6.3 Tema 3 (Crisis del dME de lo trigonométrico)

Los futuros profesores mostraron un reconocimiento crítico de las dificultades derivadas del dME (Opazo y Cordero, 2021), lo que refleja un nivel profundo en el descriptor de crisis, al desplazar la mirada desde los errores individuales hacia los efectos del discurso escolar. Sin embargo, en el descriptor a (lo trigonométrico), los estudiantes se mantuvieron en un enfoque proporcional-aritmético, con avances parciales hacia la covariación, pero sin tematizar la ruptura epistemológica entre lo proporcional y lo trigonométrico (Montiel, 2011). Esto justifica su categorización en *un nivel medio.*

En conjunto, los tres temas muestran que la resignificación no ocurre de manera homogénea: mientras en algunos aspectos se alcanzan niveles profundos (crítica al dME, reconocimiento del uso situado en comunidades de conocimiento), en otros persisten limitaciones incipientes (uso de la gráfica, comprensión de lo no proporcional). Esta tensión evidencia que la problematización del saber y el diseño de situaciones de modelación es una vía formativa potente (Reyes-Gasperini, 2016; Báez *et al*., 2025), aunque aún es necesario fortalecer los usos del conocimiento matemático en los estudiantes. Particularmente, para este caso, la explicitación de la variación continua y no proporcional como núcleo del tránsito hacia resignificaciones profundas de lo trigonométrico.

7. Conclusiones

Esta investigación buscaba responder a la pregunta: ¿qué resignificaciones emergen en el conocimiento matemático de estudiantes de Pedagogía al diseñar situaciones de modelación escolar desde una perspectiva socioepistemológica? ¿Y a qué nivel se resignifican estos conocimientos? Para pesquisar estas resignificaciones se desarrolló el análisis de uno de los diseños de modelación escolar presentados por los estudiantes de un curso de didáctica del cálculo. Específicamente, se utilizó un análisis temático con apoyo del *software* ATLAS.ti, el que permitió codificar los argumentos escritos de los estudiantes de acuerdo a los constructos teóricos de la teoría socioepistemológica.

Se reconocieron 12 códigos: usos, contexto, usuario, gráfica, registros, variación, transformación, modelación, dME, lo periódico, lo proporcional y dificultades. Estos códigos fueron categorizados en tres temas: del cuerpo al modelo, de la gráfica al argumento y crisis del dME de lo trigonométrico. El análisis de estos temas mostró que las *resignificaciones específicas* que emergieron en los productos de los estudiantes son:

- La *resignificación de lo trigonométrico* a partir de experiencias corporales en una comunidad de conocimiento específica.
- La *resignificación de la variación* como el estudio del cambio en un contexto específico.
- La *resignificación de la gráfica*, que comienza a pasar de ilustración a argumento.
- La *resignificación de lo proporcional*, reconocida como relación central en lo trigonométrico, aunque aún tratada de manera parcial y sin explicitar su tránsito hacia la no proporcionalidad que caracteriza a las funciones seno y coseno.

Aunque si bien el análisis arrojó que los usos de lo trigonométrico, la variación, la gráfica y lo proporcional de lo trigonométrico se comienza a resignificar, cada uno de estos elementos se han resignificado a distinto nivel.

Sobre el tema 1, se considera que existe una resignificación en vías de ser profunda. Queda la tarea de reflexionar sobre las crisis que debe provocar el diseño en cada uno de los momentos. Esto permitirá el desarrollo profundo de una resignificación progresiva entre los diferentes usos del conocimiento matemático. Por tanto, la resignificación se encuentra en un *nivel medio*.

Sobre el tema 2, si bien la gráfica aparece en el discurso de los futuros profesores, buscando la resignificación de lo variacional y lo periódico, no se hace suficiente uso de la gráfica explícita para confrontar diferentes fenómenos o articular con el estudio del cambio, de las variaciones. Por tanto, el *nivel es incipiente*.

Sobre el tema 3, los futuros profesores reconocen los obstáculos cognitivos, didácticos y epistemológicos a partir de la problematización, logrando vincularlos tanto con el diseño como con el análisis *a priori* en relación con las dificultades reportadas en la literatura. Asimismo, señalan la importancia de reflexionar sobre lo proporcional, aunque esta consideración solo aparece de manera puntual en el informe. En consecuencia, si bien existe una crítica explícita al dME y una incorporación de los elementos que generan dificultades, no se alcanza un nivel profundo de resignificación de lo proporcional —aspecto central de lo trigonométrico en clave socioepistemológica—, por lo que este tema se sitúa en un nivel medio de resignificación.

Estas resignificaciones permiten comprender cómo los futuros profesores, al diseñar situaciones de modelación, empiezan a tensionar el dME y a construir significados más situados y funcionales, aunque aún persisten límites que requieren ser profundizados en su formación inicial.

Asimismo, los hallazgos contribuyen a un mejor entendimiento de la problemática planteada en este estudio: muestran que la dificultad de incluir la modelación en la formación inicial no se reduce a la ausencia de estrategias didácticas, sino a la necesidad de generar procesos de resignificación del conocimiento matemático. Al identificar resignificaciones específicas de lo proporcional y lo trigonométrico, de la gráfica como argumento y la variación, se evidencia que los futuros docentes pueden superar la adherencia al dME en la medida en que se enfrentan a diseñar tareas de modelación que los obligan a problematizar el saber y a construir significados más críticos y situados.

Para cerrar, este estudio evidencia que la resignificación del conocimiento matemático no ocurre de manera lineal, sino de forma progresiva y a través de trayectorias diferenciadas que se expresan en los tres temas analizados. Reconocer estas trayectorias constituye un aporte para orientar la formación inicial de profesores hacia prácticas que tensionen el dME y favorezcan aprendizajes matemáticos más críticos y situados.

8. Referencias bibliográficas

Báez, M., Flores-García, C. y Reyes-Gasperini, D. (2025). Problematizar la matemática escolar: ¿cómo contribuye al desarrollo profesional docente? *Bolema Boletim de Educação Matemática, 39*. https://doi.org/10.1590/1980-4415v39a230249

Balda, P. y Buendía, G. (2024). La periodicidad: Significados desde su uso en la huerta escolar para la matemática escolar. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática*, *4*(1), 1-24. https://doi.org/10.54541/reviem.v4i1.101

Berger, P. y Luckmann, T. (2006). *La construcción social de la realidad*. Amorrortu.

Camacho-Ríos, A. (2011). Socioepistemología y prácticas sociales: Hacia una enseñanza dinámica del cálculo diferencial. *Revista Iberoamericana de Educación Superior*, *2*(3), 152-171. http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=299124244008

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa: estudios sobre construcción social del conocimiento*. Gedisa.

Cordero, F. (2023). *Matemáticas, sus usos y significados. Un programa socioepistemológico de la matemática educativa*. Gedisa.

Cordero, F., Gómez, K., Silva-Crocci, H. y Soto, D. (2015). Discurso matemático escolar. Adherencia, exclusión y opacidad. Gedisa.

Cordero, F., Cen, C. y Suárez, L. (2010). Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *13*(2), 187-214. https://relime.org/index.php/relime/article/view/318

Cordero, F., Méndez, C., Parra, T. y Pérez, R. (2014). Atención a la diversidad. La matemática educativa y la teoría socioepistemológica. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática. Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática*, *7*(3), 71-90. http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274032530005

Cruz-Márquez, G. y Montiel-Espinosa, G. (2024). Medición indirecta de distancias y los significados de las nociones trigonométricas del profesorado de matemáticas en formación inicial. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado, 38*(2), N.° 99, 137-160. https://doi.org/10.47553/rifop.v99i38.2.99006

Ferrari, M. y Méndez, M. (2022). Reflexiones sobre modelación y covariación desde situaciones de aprendizaje. En Hernández Rebollar, L. A. y Juárez Ruiz, E. (eds.), *Tendencias en la educación matemática 2022* (pp. 84-106). Editorial de la Sociedad Matemática Mexicana.

Guerrero, C. y Borromeo, R. (2022). Pre-service teachers' challenges in implementing mathematical modelling: Insights into reality. *PNA*, *16*(4), 309-341. https://doi.org/10.30827/pna.v16i4.21329

Huincahue, J., Borromeo-Ferri, R. y Mena-Lorca, J. (2018). El conocimiento de la modelación matemática desde la reflexión en la formación inicial de profesores de matemática. *Enseñanza de las Ciencias. Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, *36*(1), 99-115. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2277

Méndez, M. (2022). Modelación escolar como eje de diseños para resignificar la linealidad. En Cordero, F., Esquinca, M. y Opazo, C. (coords.), *La matemática en la Ingeniería. Modelación y transversalidad de saberes. Situaciones de aprendizaje* (pp. 47-67). Gedisa.

Méndez, M., Molina, Ó. y Del Valle, A. (2013). La modelación en la educación matemática escolar: un modelo para su estudio. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 26*(1), 305-314.

Méndez, M., Zúñiga, K. y Nájera, R. (2016). Modelación escolar: Estudio de situaciones de variación. En *Memoria de la XVII Escuela de Invierno en Matemática Educativa* (pp. 479-483). Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa.

Montiel, G. (2010). Hacia el rediseño del discurso: formación docente en línea centrada en la resignificación de la matemática escolar. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *13*(4), 69-84. http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33529137005

Montiel, G. (2011). *Construcción de conocimiento trigonométrico: Un estudio Socioepistemológico*. Ediciones Díaz de Santos.

Montiel, G. y Jácome, G. (2014). Significado trigonométrico en el profesor. Boletim de Educação Matemática, 28(50), 1193-1216. https://doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a10

Moreno, A., Marín, M. y Ramírez-Uclés, R. (2021). Errores de profesores de matemáticas en formación inicial al resolver una tarea de modelización. *PNA, 15*(2), 109-136. https://doi.org/10.30827/pna.v15i2.20746

Opazo-Arellano, C. E. y Cordero, F. O. (2021). Estudiante de docencia en matemáticas y la construcción de la identidad disciplinar. *Estudios Pedagógicos, 47*(1), 109-131. https://doi.org/10.4067/S0718-07052021000100109

Reyes-Gasperini, D. (2016). *Empoderamiento docente y Socioepistemología. Un estudio sobre la transformación educativa en Matemáticas*. Gedisa.

Soto, D. y Cantoral, R. (2014). Discurso matemático escolar y exclusión. Una visión socioepistemológica. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *28*(50), 1525-1544. https://doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a25

Stillman, G. (2019). State of the art on modelling in mathematics education—Lines of inquiry. En Stillman, G. A. y Brown, J. P. (eds.), *Lines of inquiry in mathematical modelling research in education* (pp. 3-22). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-14931-4_1

Suárez, L. y Cordero, F. (2010). Modelación – graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultados de un estudio socioepistemológico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 13*(4-II), 319-333. https://relime.org/index.php/relime/article/view/276

Thompson, P. W. y Carlson, M. P. (2017). Variation, covariation, and functions: Foundational ways of thinking mathematically. En Cai, J. (ed.), *Compendium for research in mathematics education* (pp. 421-456). National Council of Teachers of Mathematics.

Vilches, K., Soto, D. y Silva-Crocci, H. (2019). Mathematical Modeling in Initial Teacher Training: An Epistemological Analysis. En Cordova, F. y Rojas, H (eds.), *Research in Education: Teacher Training Issues* (pp. 55-84). Nova Publisher.

Zaldívar, D. (2014). *Un estudio de la resignificación del conocimiento matemático del ciudadano en un escenario no escolar* (Trabajo de investigación de doctorado no publicado). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, México.

UCMAULE

REVISTA ACADÉMICA

Talca, Chile, julio-diciembre, 2025. N° 69. I.S.S.N: 0719-9872

Recopilado: 11-05-2025 | Aceptado: 15-10-2025 | Publicado: 20-12-2025

MODELACIÓN MATEMÁTICA EN LA FORMACIÓN INICIAL DOCENTE: UNA EXPERIENCIA DESDE LA PERSPECTIVA FEMINISTA

MATHEMATICAL MODELING IN TEACHER TRAINING:
AN EXPERIENCE FROM A FEMINIST PERSPECTIVE

ESTUDIO

PAULINA SALAZAR-CORTEZ
Santiago, Chile
paulinasalazarcortez@gmail.com
ORCID: https://orcid.org/0009-0001-3328-6709

IVÁN PÉREZ-VERA
Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación
Santiago, Chile
ivan.perez@umce.cl
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2636-6521

Resumen

Esta investigación examina la modelación matemática en la formación inicial docente desde una perspectiva feminista, mediante una situación que analiza la variación de la temperatura corporal en el ciclo menstrual. Se adopta un enfoque cualitativo, sociocrítico y fenomenológico feminista para indagar la experiencia de las y los participantes, atendiendo a las dinámicas de género que emergen durante el proceso. La propuesta se organizó en cinco fases, integró herramientas tecnológicas y promovió una reflexión crítica sobre los conocimientos matemáticos y su vínculo con fenómenos culturalmente significativos. En las dinámicas grupales se identificaron sesgos de género y se observó que las experiencias de las participantes mujeres aportaron de manera sustantiva a la construcción del conocimiento matemático. El estudio concluye que incluir fenómenos vinculados a la experiencia femenina es pertinente en la FID y que las relaciones de poder presentes en los grupos pueden afectar la discusión matemática en detrimento de las mujeres, lo que exige problematizar y diseñar experiencias de modelación que garanticen una participación equitativa.

Palabras clave: Modelación matemática, formación inicial docente, perspectiva feminista, tecnologías.

Abstract

This study examines mathematical modelling in preservice teacher training from a feminist perspective through a task focused on the variation of body temperature across the menstrual cycle. A qualitative, sociocritical, and feminist phenomenological approach is used to explore participants' experiences, with attention to gender dynamics arising during the process. The five-phase design incorporated technological tools and fostered critical reflection on mathematical knowledge and its connection to culturally relevant phenomena. Group work revealed gender biases, and women's experiences were found to contribute substantially to knowledge construction. The study concludes that integrating phenomena tied to female experience is pertinent in teacher training and that existing power relations can disadvantage women in mathematical discussion, underscoring the need to design modelling experiences that ensure equitable participation.

Keywords: Mathematical modelling, teacher training, feminist perspective, technologies.

1. Introducción

Este estudio, derivado de un trabajo de grado de magíster, analiza las dinámicas de género que emergen en procesos de modelación matemática mediados por tecnologías dentro de la formación inicial docente (FID), incorporando un fenómeno culturalmente relevante. Las tecnologías intervienen en todas las fases del ciclo de modelación —recolección, organización, análisis y representación de datos— y condicionan decisiones y significados que se construyen en el proceso (Rodríguez y Quiroz, 2016). A la luz de la evidencia sobre sesgos de género tanto en matemática como en tecnología, resulta pertinente interrogar si los procesos de modelación —reconocidos como formativos en la FID— también pueden verse atravesados por dinámicas de exclusión, incluso cuando se desarrollan bajo prácticas pedagógicas que se presentan como neutrales.

Los Estándares Pedagógicos y Disciplinarios para la FID en Matemática en Chile reconocen la modelación como una competencia clave para interpretar fenómenos sociales y naturales y promover una enseñanza situada, conectada con contextos significativos para el estudiantado (CPEIP, 2021). Paralelamente, la literatura documenta brechas persistentes en confianza, elección de trayectorias y participación de niñas y mujeres en STEM, junto con barreras tempranas en el acceso y la permanencia en ámbitos tecnológicos (Del Río *et al.*, 2016; Espinosa, 2021; Rodríguez, 2012; Unesco, 2019; Mineduc, 2023b; Trigueros y Martínez, 2001; Boix, 2002; Gracia, 2022; Sillero y Hernández, 2019). Estas desigualdades inciden tanto en los resultados académicos como en las trayectorias profesionales futuras y, por lo tanto, pueden influir en cómo se diseñan, implementan y validan experiencias de modelación en la FID.

En respuesta a este escenario, se han impulsado iniciativas que integran la perspectiva de género en la formación docente, con el propósito de identificar y cuestionar prácticas que reproducen inequidades y avanzar hacia entornos de aprendizaje más justos (Ocio, 2023). Sin embargo, persisten vacíos: la selección de fenómenos a modelar, el uso de tecnologías educativas y los criterios de análisis de datos pueden reproducir, de manera implícita, lógicas de exclusión que invisibilizan las experiencias femeninas. En consecuencia, este estudio se propone analizar si tales sesgos se expresan en procesos de modelación matemática en la FID y describir cómo el género incide en la producción y construcción del conocimiento matemático en dichos procesos.

2. Referentes teóricos

La presente sección discutirá los referentes teórico desde la perspectiva sociocultural y desde la perspectiva feminista.

2.1 Postura de modelación matemática desde una perspectiva sociocultural

Desde una perspectiva sociocultural, la modelación matemática se concibe como una práctica social situada, en la que el conocimiento matemático se construye colectivamente en respuesta a necesidades de intervención sobre fenómenos del entorno (Villa-Ochoa *et al.,* 2010; Villa-Ochoa, 2012).

El acto de modelar, según Arrieta y Díaz (2015), consiste en la articulación entre dos entidades: el modelo y lo modelado. Esta relación se configura a partir de una intervención activa en el fenómeno (lo modelado) mediante el uso de una herramienta (el modelo), dando lugar a una tercera entidad emergente: el *dipolo modélico*. Así, el conocimiento matemático se configura en el proceso de modelación a partir de la vivencia de quien modela.

Por su parte, Carrasco, Díaz y Buendía (2014) abordan la modelación con una mirada escolar, reconociendo al *sujeto epistémico*. El sujeto epistémico interviene activamente en la construcción del conocimiento, resignificando los objetos matemáticos a partir de su experiencia social y educativa. La modelación se entiende así como un proceso en el que emergen nuevas formas de figuración y articulación entre herramientas, significados y argumentos, que reflejan la dimensión pragmática y discursiva del saber matemático en contextos escolares.

La tecnología juega un rol fundamental en este proceso. Como señalan Rodríguez y Quiroz (2016), las tecnologías digitales están presentes en todas las fases de la modelación matemática: desde la recolección de datos, su organización y análisis, hasta la representación y la validación de modelos. Herramientas como *software* de simulación, plataformas de análisis de datos y aplicaciones dinámicas amplían las posibilidades de exploración y resignificación de los fenómenos estudiados. Sin embargo, estas herramientas también portan supuestos culturales y sociales, y su uso no está exento de dinámicas de inclusión o exclusión.

Diversas investigaciones desarrolladas en el ámbito de la formación inicial docente en matemáticas destacan el valor pedagógico de involucrar a futuros docentes en experiencias concretas de modelación matemática, como medio para fortalecer sus competencias profesionales. Huincahue *et al.* (2018) argumentan que incorporar actividades explícitas de modelación durante la formación inicial contribuye a una comprensión práctica de esta herramienta, además de favorecer procesos reflexivos en torno a los objetos matemáticos que emergen del análisis. En una línea similar, Mora Zuluaga y Ortiz Buitrago (2015) sostienen que modelar fenómenos reales dentro del proceso formativo posibilita el desarrollo de habilidades clave para el diseño e implementación de futuras propuestas de aula. Por su parte, Forero (2020) plantea que las experiencias fenomenológicas de modelación ofrecen oportunidades significativas para repensar las prácticas de enseñanza, promoviendo una comprensión situada y contextualizada del conocimiento matemático. A esto se suma lo planteado por Pérez (2020), quien resalta la importancia de que los docentes en formación participen activamente en el desarrollo de procesos de modelación, lo que permite fortalecer sus capacidades para abordar problemas vinculados a la realidad.

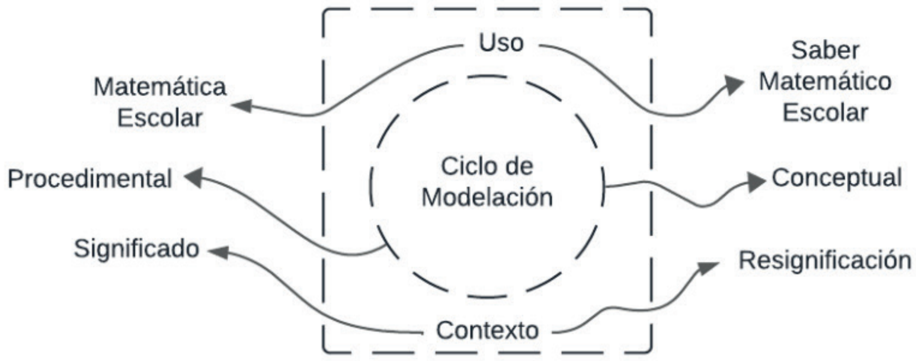
Desde una perspectiva sociocultural de la modelación matemática, y en el contexto de la formación inicial docente, Pérez-Vera y Salazar-Cortez (2024a) proponen una secuencia de actividades que estructuran el ciclo de modelación en torno a fenómenos reales, integrando distintas fases de análisis y validación:

- Profundización sobre el fenómeno: indagación en las características del fenómeno, reconociendo su complejidad cultural y social.
- Selección de variables y diseño del experimento: definición de estrategias para recolectar y analizar datos que permitan representar el fenómeno mediante herramientas matemáticas.
- Ciclo de modelación del fenómeno: construcción de modelos que articulen las propiedades del fenómeno con conceptos matemáticos pertinentes.
- Mirada escolar del fenómeno: reflexión pedagógica orientada a proyectar esta experiencia hacia el contexto de enseñanza escolar.
- Institucionalización: sistematización de los aprendizajes alcanzados y su vinculación con la práctica profesional docente.

Estas actividades, entendidas como procesos integrados, permiten a las y los futuros docentes adquirir habilidades de modelación y desarrollar una mirada crítica sobre los fenómenos modelados, las herramientas utilizadas y los significados matemáticos construidos.

Por otro lado, Pérez-Vera y Salazar-Cortez (2024b) señalan que las transformaciones al vivenciar un ciclo de modelación matemática escolar permiten comprender el proceso de modelación como una experiencia de transformación del conocimiento matemático mediante la resignificación. Desde esta perspectiva, como se muestra en la figura 1, se inicia con una comprensión procedimental de la matemática escolar para luego integrar significados conceptuales de los objetos matemáticos involucrados.

Figura 1. Transformaciones al vivenciar un ciclo de modelación matemática escolar.



Fuente: Pérez-Vera y Salazar-Cortez (2024b, p. 17).

El proceso culmina en una transformación epistémica, donde se produce una resignificación crítica del conocimiento, integrando el fenómeno y sus dimensiones culturales y sociales. El contexto enmarca el fenómeno al mismo tiempo que redefine el sentido mismo de los saberes matemáticos construidos.

2.2 Perspectiva feminista en educación matemática

Las epistemologías feministas muestran que la producción de conocimiento se inscribe en relaciones de poder y marcos culturales específicos (Ceballos, 2021; Blanco, 2014). En este sentido, el género opera como categoría de análisis para comprender la distribución del acceso y la legitimidad del saber (Echeconea y Mansilla, 2019).

El concepto de género, como categoría de análisis, permite comprender cómo las matemáticas y las ciencias se han desarrollado desde una lógica que privilegia la masculinidad (Ceballos, 2021). En este sentido, considerar la condición de mujer en este contexto implica dar cuenta de su exclusión en la historia de la construcción del conocimiento y revalorizar su experiencia, sus formas de conocer y los saberes que emergen de sus trayectorias.

Este enfoque reconoce que la matemática no ha estado exenta del dominio masculino: ha sido construida como un campo vinculado a la racionalidad, la objetividad y la abstracción, atributos históricamente asociados a lo masculino (Espinosa-Guía, 2021). Como plantea Rodríguez-Salamanca (2020), el currículo y los textos escolares reproducen esta invisibilización al no incluir a mujeres matemáticas ni problematizar las condiciones de su exclusión. Tal omisión refuerza una narrativa androcéntrica que naturaliza la ausencia femenina en la matemática (Ursini, 2012; Meza-Cascante *et al*., 2021).

En respuesta a ello, el desarrollo de epistemologías feministas, como señala Blanco (2014), promueven una visión del conocimiento como resultado de prácticas encarnadas, afectivas y sociales, de modo que la producción matemática transita entre valores, intereses y posicionamientos subjetivos que merecen ser explicitados y reflexionados. En este contexto, Solsona, Quintanilla y Ariza (2021) proponen un marco epistemológico que articula la historia, la filosofía y la didáctica de las ciencias desde una perspectiva feminista. Esta propuesta permite cuestionar los supuestos de neutralidad que sostienen las prácticas científicas, y pone en el centro del debate a las experiencias de las mujeres en la construcción del conocimiento científico y matemático. Según Solsona *et al*. (2021), estas dimensiones deben ser integradas de forma transversal en la práctica educativa, de modo que se problematice las relaciones de poder y legitimen saberes históricamente marginados en el aula de matemáticas.

3. Diseño metodológico

Esta investigación fue autorizada por la Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, en el marco de la realización de una tesis de Magíster en Didáctica de las Ciencias Naturales y las Matemáticas.

3.1 Paradigma y enfoque de investigación

Se empleó un enfoque cualitativo, sociocrítico y fenomenológico feminista. La implementación contempló cinco fases de modelación, con registro de productos, observación participante y análisis de interacciones (Navas, 2013; Blázquez-Graf y Flores, 2005). El paradigma sociocrítico, en articulación con una perspectiva feminista, orienta la comprensión de las relaciones de poder y desigualdad presentes en la educación matemática.

3.2 Alcance de la investigación

El alcance de la investigación es exploratorio-descriptivo. Desde un enfoque exploratorio, se busca generar un primer acercamiento a un fenómeno poco estudiado: las diferencias de género en situaciones de modelación matemática en la formación inicial docente (Morales, 2015; Ramos Galarza, 2020). El enfoque descriptivo permite detallar las experiencias de modelación vividas por mujeres, analizando sus diferencias y el modo en que se manifiestan sesgos de género en los procesos educativos (Leal, 2000; Macías, 2018).

3.3 Diseño de investigación

El diseño metodológico se fundamenta en la fenomenología feminista (Jiménez-Cortés, 2021; Leal, 2000), que privilegia el análisis de experiencias femeninas. Esta aproximación permite capturar cómo las y los docentes en formación vivencian, interpretan y resignifican el fenómeno del ciclo menstrual en contextos de modelación matemática, incorporando sus saberes, creencias y valores.

3.4 Muestra investigativa

La participación fue voluntaria y todos/as firmaron consentimiento informado. La muestra estuvo compuesta por 14 docentes en formación (8 hombres y 6 mujeres) que cursan el séptimo semestre o niveles superiores de la carrera de Pedagogía en Matemáticas en una universidad de la Región Metropolitana, asegurando que los participantes contaran con competencias matemáticas, didácticas y tecnológicas necesarias para enfrentar el ciclo de modelación propuesto.

Los grupos se distribuyeron de manera libre: grupo 1 (dos mujeres y un hombre), grupo 2 (dos hombres), grupo 3 (dos hombres), grupo 4 (un hombre y una mujer), grupo 5 (3 mujeres), grupo 6 (dos hombres).

3.5 Instrumentos de recolección de datos

Se emplearon tres instrumentos principales, todos coherentes con la perspectiva cualitativa y feminista:

- Implementación de una situación de modelación matemática, centrada en el ciclo menstrual.
- Observaciones de campo participativas, registrando interacciones, actitudes y reflexiones durante la actividad.
- Productos de los estudiantes (gráficos, modelos, tablas y reflexiones escritas), para un análisis posterior.

Durante la recolección de datos, un integrante del equipo estuvo a cargo de la implementación de la situación, mientras la otra realizó las observaciones de campo de manera sistemática. Esta distribución de roles, junto con la triangulación metodológica, fortaleció la validez y la profundidad de los hallazgos (Stasiejko *et al.*, 2009).

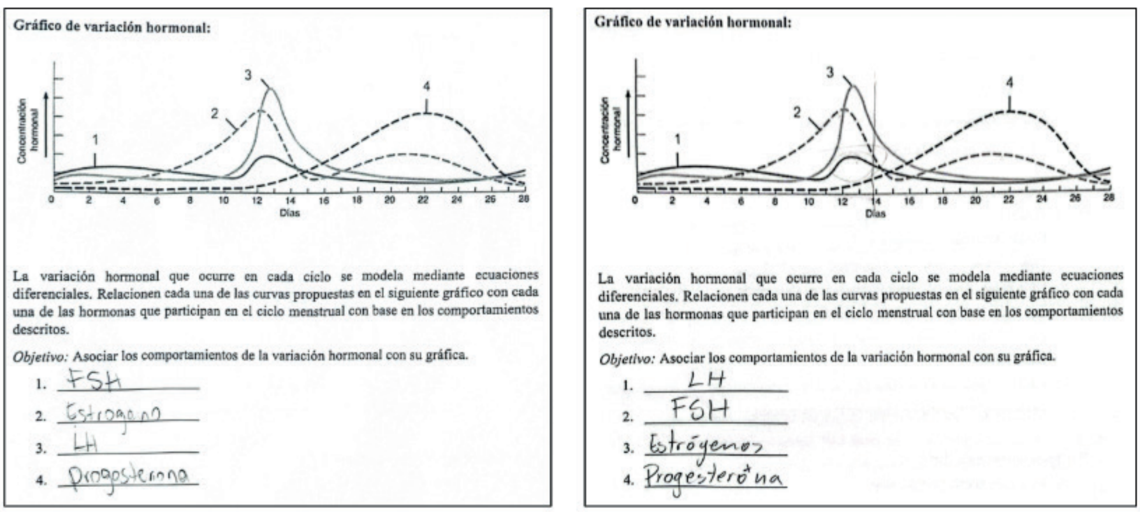
4. Resultados y discusión

Esta sección presenta el análisis del ciclo de modelación matemática y el análisis de los resultados desde la perspectiva feminista.

4.1 Análisis del ciclo de modelación matemática

Se propuso a los grupos una actividad centrada en el análisis gráfico de la variación hormonal durante el ciclo menstrual. Se presentó un gráfico compuesto por cuatro curvas numeradas, cada una representando la concentración de una hormona específica a lo largo de los 28 días del ciclo. A partir de este insumo visual (figura 2), y sobre la base del conocimiento entregado previamente sobre el comportamiento de las principales hormonas (estrógenos, progesterona, LH y FSH), se pidió a los y las participantes que identificaran a qué hormona correspondía cada curva, argumentando su decisión en función de las fases del ciclo y los patrones observados.

Figura 2. Análisis del gráfico de la variación hormonal.



Asocia comportamiento

No logra asociar comportamiento

Fuente: producción de estudiantes.

Se reconoce una comprensión inicial diversa acerca de la variación hormonal. Algunos participantes relacionaron correctamente la temperatura basal corporal (TBC) con la ovulación, mientras que otros mostraron desconocimiento sobre los cambios fisiológicos implicados en el ciclo. De los seis grupos participantes, tres lograron establecer relaciones coherentes entre las curvas presentadas en la gráfica y el comportamiento de las hormonas (tabla 1). Estos grupos reconocieron, por ejemplo, el ascenso progresivo del estrógeno en la fase folicular (curva 2), el pico agudo de LH en la ovulación (curva 3) y el aumento sostenido de progesterona en la fase lútea (curva 4). En los otros tres grupos, se observó una confusión en la asignación, particularmente entre FSH y LH, así como entre progesterona y LH. Esta tendencia indica que, si bien algunos grupos lograron activar una lectura situada del fenómeno, otros recurrieron a estrategias más superficiales, centradas en la forma gráfica y no necesariamente articuladas con el comportamiento hormonal por fases.

Tabla 1. Nivel de asociación del comportamiento de variación de cada hormona con la gráfica.

Grupo	Curva 1	Curva 2	Curva 3	Curva 4	Nivel de asociación
G1	FSH	Estrógeno	LH	Progesterona	Asocia comportamiento
G2	LH	FSH	Estrógeno	Progesterona	No logra asociar comportamiento
G3	FSH	Estrógeno	LH	Progesterona	Asocia comportamiento
G4	Progesterona	FSH	Estrógeno	LH	No logra asociar comportamiento
G5	FSH	Estrógeno	LH	Progesterona	Asocia comportamiento
G6	FSH	LH	Estrógeno	Progesterona	No logra asociar comportamiento

Fuente: elaboración propia.

Desde nuestra postura teórica en términos de modelación matemática escolar, los resultados de la actividad de asociación entre curvas gráficas y comportamiento hormonal evidencian la formación inicial de un dipolo modélico (Arrieta y Díaz, 2015), es decir, la articulación entre el modelo gráfico y el fenómeno del ciclo menstrual. La intervención permitió un primer acercamiento al fenómeno desde una representación matemática escolar. Se destaca además que los grupos conformados por estudiantes que vivencian el fenómeno —como mujeres menstruantes— generaron asociaciones más significativas, mostrando cómo la experiencia fortalece la modelación.

En la fase siguiente, se presentó una tabla con datos reales de Temperatura Basal Corporal (TBC), con el objetivo de analizar tendencias y establecer relaciones con niveles hormonales (tabla 2). Dos preguntas guiaron el trabajo: ¿cómo varía la TBC a lo largo del ciclo? y ¿qué relación existe con la progesterona?

Tabla 2. Identificación de las fases del ciclo menstrual en la variación de la temperatura corporal.

Grupo	Identificación de fases	Reconocimiento de cambios térmicos	Ubicación del máximo térmico	Formulación explicativa
1	Sí	Sí	Día 20-24	Inicia en fase lútea
2	Sí	Sí	Día 20-24	Aumento en fase lútea
3	Sí	Sí	Días 21-23	Ligado a progesterona
4	Sí	Sí	General, “al final”	Subida y descenso claro
5	Sí	Sí	Días 20-24	Progresivo en lútea
6	Sí	Parcial	Día 24	Menos específica

Fuente: elaboración propia.

Las respuestas muestran que todos los grupos identificaron parcialmente las fases del ciclo en los datos de TBC. Cinco de seis reconocieron un patrón térmico estable al inicio del ciclo y un aumento sostenido en la fase lútea. Por ejemplo, el Grupo 2 señaló: “va en aumento [...] llegando a su máximo entre los días 20 y 24”, y el Grupo 5: “la temperatura se mantiene [...] y luego aumenta en la fase lútea”.

Además de reconocer el cambio de tendencia, la mayoría ubicó con precisión el alza térmica. Aunque el Grupo 6 fue menos claro, también detectó una variación cercana al día 24. En general, los estudiantes interpretaron variaciones en datos reales, vinculándolas a momentos del ciclo menstrual, lo que indica un paso desde una lectura literal a una comprensión relacional del fenómeno (tabla 3).

Tabla 3. Análisis de la relación entre la variación de la temperatura basal corporal y la progesterona.

Grupo	Reconoce relación entre TBC y progesterona	Tipo de relación identificada	Citas textuales representativas
1	Sí	Similitud funcional	"La TBC se comporta de manera similar a la progesterona".
2	Sí	Causalidad directa	"Cuando hay mayor TBC, hay mayor progesterona".
3	Sí	Relación proporcional directa	"Hay una relación proporcional directa".
4	Sí	Secuencia hormonal-térmica	"Esto está muy ligado a la fase lútea, donde más aumenta la progesterona".
5	Sí	Aumento conjunto	"Ambas alcanzan su máximo entre los días 20-24".
6	Sí	General, con mención difusa a todas las hormonas	"Cuando todas las hormonas aumentan, la T sube..."

Fuente: elaboración propia.

En la segunda pregunta, todos los grupos establecieron una relación entre la TBC y la progesterona, sin embargo, tuvieron diferencias identificando la naturaleza de esta relación. Todos los grupos reconocieron un aumento conjunto entre ambas variables, aunque uno de los grupos (Grupo 3) identificó una relación de proporcionalidad directa, lo cual no es correcto desde el punto de vista matemático, dado que el comportamiento entre ambas variables no responde a una relación lineal constante. Esta tendencia a interpretar que dos variables que aumentan simultáneamente están necesariamente vinculadas por una proporcionalidad directa fue común en las discusiones de los participantes y refleja una creencia errónea que emerge del discurso matemático escolar. Los otros grupos, aunque no llegaron a establecer una función específica, utilizaron formulaciones más generales como "similitud funcional" o "aumento conjunto", sin definir claramente el tipo de relación entre la progesterona y TBC. Esto evidencia la importancia de promover espacios de discusión crítica acerca de los comportamientos de los fenómenos analizados en contextos de modelación.

Respecto a la tercera actividad, se plantearon dos preguntas: qué modelo algebraico representa la TBC y qué función probabilística describe los picos (tabla 4).. La mayoría optó por funciones seno o coseno, reconociendo su carácter periódico. Algunos formularon ecuaciones concretas como "$g(x) = 36.6 + 0.37 \cdot \mathrm{sen}(0.19x - 2.46)$". Un grupo propuso un polinomio de grado 3, pero lo describió como similar a una función sinusoidal. Todos reconocieron la repetición del ciclo, reforzando la pertinencia del enfoque trigonométrico.

Tabla 4. Modelo algebraico de la variación de la temperatura basal corporal.

Grupo	Tipo de modelo propuesto	Observación sobre ciclos consecutivos
1	Función seno	Comportamiento sinusoidal en ciclos consecutivos
2	Función seno (con ecuación ajustada)	Ajuste en GeoGebra con valores concretos
3	Función seno (con ecuación ajustada)	Señala periodicidad del ciclo
4	No responde	—
5	Función seno o coseno	Describe periodicidad y comportamiento cíclico
6	Polinomio de grado 3	Aunque lo describe como sinusoidal

Fuente: elaboración propia.

En la segunda pregunta, cinco de seis grupos reconocieron la función gamma para modelar los picos de TBC. Destacaron su capacidad para representar la asimetría de los datos, como señaló el Grupo 3: “logra el pico máximo que no está en el centro”. El Grupo 2 indicó que permite “describir el comportamiento respecto a los datos”, y otro grupo precisó que se ajusta a temperaturas entre 36.6° y 37°. Solo un grupo sugirió usar una función normal si se consideraba solo la fase lútea.

Tabla 5. Discusión acerca de funciones que modelan la variación de la temperatura basal corporal.

Grupo	Función propuesta	Justificación destacada
1	Función gamma	Modela el pico de la TBC
2	Función gamma	Se ajusta a los picos entre 36.6° y 37°
3	Función gamma	Describe el pico máximo que no está en el centro
4	No responde	—
5	Gamma o normal	Gamma si se considera todo el ciclo; normal si solo se considera fase lútea
6	No menciona explícito	Solo desarrolla el ajuste algebraico

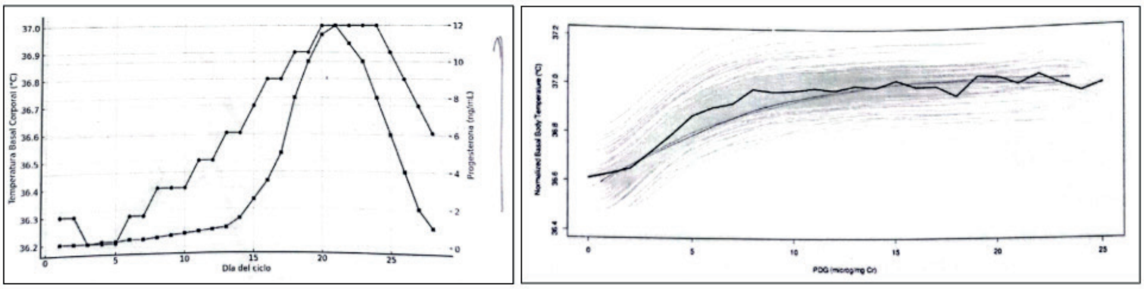
Fuente: elaboración propia.

Desde nuestra perspectiva teórica, esta actividad permitió que los y las estudiantes pasaran del análisis empírico a representaciones más abstractas, generando un dipolo modélico (Arrieta y Díaz, 2015) entre el fenómeno y las funciones. El uso de funciones seno y gamma no solo respondió a patrones, sino que resignificó el ciclo menstrual como fenómeno matemáticamente representable. Como plantean Pérez-Vera y Salazar-Cortez (2024b), esto evidencia una transformación conceptual:

las funciones dejaron de ser técnicas para convertirse en lenguajes que permiten intervenir críticamente en fenómenos culturalmente significativos.

En la última actividad de la secuencia, se solicitó a los y las estudiantes analizar una serie de gráficos (figura 3) que mostraban la relación entre los niveles de progesterona (PDG) y la Temperatura Basal Corporal (TBC) a lo largo del ciclo menstrual. El objetivo era establecer una relación entre ambas variables, identificando una posible correspondencia entre funciones gamma y exponenciales.

Figura 3. Relación entre la variación de la temperatura basal corporal y la progesterona.



Fuente: elaboración propia.

A partir de la observación de los gráficos, los seis grupos participantes reconocieron con claridad una relación creciente entre ambas variables. Expresiones como "a medida que aumenta la progesterona, lo mismo sucede con la TBC" (Grupo 1), "ambas llegan a su pico máximo en la fase lútea" (Grupo 2), muestran que los estudiantes no solo identificaron un patrón ascendente compartido, sino que además lo ubicaron dentro del ciclo menstrual. El Grupo 4 profundiza esta interpretación al sostener que "una depende de la otra, y siguen el mismo comportamiento", mientras que el Grupo 5 afirma que "aumentan en conjunto", confirmando la existencia de una relación funcional. Aunque el Grupo 6 presentó una escritura más ambigua, también estableció una asociación entre el aumento de la progesterona y la elevación térmica, lo que indica una comprensión común en todos los equipos: que el comportamiento de ambas variables es coherente y se expresa simultáneamente durante el ciclo.

Tabla 6. Descripción de la naturaleza de la relación entre los niveles de la Temperatura Basal Corporal y la progesterona.

Grupo	Tipo de relación identificada	Cita representativa
Grupo 1	Relación creciente simultánea	"A medida que aumenta la progesterona, lo mismo sucede con la TBC".
Grupo 2	Relación funcional con punto máximo común	"Ambas llegan a su pico máximo en la fase lútea".
Grupo 3	Relación directamente proporcional	"Cuando el PDG alcanza su punto máximo, el TBC también lo alcanza".
Grupo 4	Codeterminación/dependencia	"Una depende de la otra, y siguen el mismo comportamiento".
Grupo 5	Relación creciente conjunta	"Los niveles de progesterona aumentan en conjunto con la temperatura [...] estas variables se relacionan".
Grupo 6	Asociación cualitativa general	"Al aumentar los niveles de progesterona, aumenta la temperatura corporal".

Fuente: elaboración propia.

4.2 Discusión desde la perspectiva feminista

A continuación, se discute la historia de las mujeres en matemáticas, los componentes didácticos y una perspectiva feminista del ciclo de modelación matemática.

4.2.1 Historia de mujeres en matemática: exclusión, jerarquías y validación

La experiencia de modelación evidenció que dentro del contexto de la formación inicial docente persisten dinámicas que reflejan formas históricas de exclusión y jerarquización de género en relación con el conocimiento matemático. Estas dinámicas se destacan sobre todo en los grupos mixtos, donde se identificaron interacciones que refuerzan el dominio masculino en la construcción del conocimiento matemático.

En grupos mixtos, los varones tendieron a liderar el uso de tecnologías y la toma de decisiones, mientras que las mujeres asumieron tareas de registro y buscaron validación de sus aportes. En grupos homogéneos se observaron discusiones más horizontales. Esto se relaciona con los antecedentes planteados con respecto a los sesgos que han afectado la participación de las mujeres en torno a la matemática y tecnología (Espinosa-Guía, 2021; Rodríguez-Salamanca, 2020).

El rol de las mujeres dentro de estos grupos tendió a situarse en tareas de registro o transcripción, como escribir las respuestas en las hojas de trabajo, más que en la conducción activa de las discusiones. A nivel discursivo, se observó que las mujeres no discutían entre sí para construir colectivamente sus ideas, sino que se dirigían directamente a sus compañeros hombres para validar o corregir sus planteamientos.

Esta necesidad constante de validación externa masculina refleja un patrón internalizado de desautorización de las experiencias de las mujeres, que puede leerse como una continuidad de la invisibilización femenina en los espacios científicos y educativos (Ursini, 2012; Meza-Cascante *et al*., 2021).

Por otro lado, en los grupos homogéneos tanto femeninos como masculinos, se evidenció una dinámica de trabajo marcadamente más horizontal. Las decisiones sobre el uso de herramientas tecnológicas se tomaban de manera colaborativa, todas las integrantes participaban activamente en la interpretación del fenómeno, y se generaban espacios de diálogo más equitativos. Esta horizontalidad en la construcción del conocimiento permitió integrar la experiencia de las participantes con el análisis matemático del fenómeno.

Estas diferencias refuerzan la idea de que las condiciones de participación no se distribuyen de manera equitativa en función del género, incluso en espacios aparentemente neutros como el aula universitaria. Además, evidencian cómo las estructuras patriarcales presentes en la historia de la ciencia y las matemáticas siguen permeando las dinámicas educativas actuales, y cómo su desarticulación puede abrir nuevas posibilidades para la apropiación crítica del conocimiento matemático desde la experiencia femenina (Echeconea y Mansilla, 2019).

4.2.2 Componentes didácticos: mediación tecnológica, discusión matemática y proyección formativa

Desde una perspectiva feminista, los componentes didácticos de la experiencia de modelación matemática deben ser analizados no solo por su diseño, sino también por la forma en que estos elementos reproducen o transforman dinámicas de poder, acceso al conocimiento y participación. En este estudio, la situación de modelación del ciclo menstrual fue diseñada explícitamente para integrar la experiencia femenina. Sin embargo, durante la implementación surgieron diferencias en torno al dominio de diversos componentes didácticos presentes en el diseño e implementación de situaciones de modelación, relacionadas con las dinámicas de género.

En particular, el uso de herramientas tecnológicas estuvo marcado por una fuerte apropiación por parte de los varones en los grupos mixtos, lo que restringió la participación activa de las mujeres en etapas clave del análisis y la representación de datos. Esta situación reafirma los estereotipos en torno a la supuesta superioridad masculina en competencias tecnológicas y además limita las oportunidades formativas de las estudiantes dentro de los procesos de modelación.

En cambio, en los grupos homogéneos —tanto femeninos como masculinos— se observó una distribución más equitativa de estos recursos, lo que favoreció una mayor participación y apropiación del conocimiento. Los grupos homogéneos masculinos, a pesar de reconocer una fuerte desconexión con el fenómeno, lograron mantener una discusión matemática horizontal. Las decisiones se tomaban en conjunto, se compartían roles de trabajo y se observó un uso colaborativo de las herramientas tecnológicas. Esta actitud sugiere que la equidad no solo se vincula al conocimiento del fenómeno, sino también a las dinámicas relacionales que se configuran dentro del grupo (Rodríguez y Quiroz, 2016; Blanco, 2014).

Además, el grupo homogéneo femenino fue el único que integró elementos personales a la discusión matemática. Las docentes del grupo discutieron experiencias propias en relación con el ciclo menstrual, al uso de anticonceptivos o a los síntomas físicos y emocionales asociados, utilizando estos elementos como insumos para el análisis en articulación con herramientas matemáticas. La discusión fue colaborativa y se rotaron los roles tanto en el uso de tecnologías como en la elaboración de gráficos y modelos. Esta dinámica permitió una apropiación crítica del fenómeno y de los conceptos matemáticos involucrados, articulando el saber técnico con la experiencia.

La discusión matemática dentro de los grupos también estuvo condicionada por estas jerarquías. En los grupos mixtos, las observaciones de campo revelaron que las decisiones respecto a los modelos a utilizar (por ejemplo, lineal, seno o gamma) eran mayoritariamente tomadas por los varones, quienes intervenían con mayor seguridad y fluidez en el lenguaje matemático. Las mujeres, en cambio, planteaban ideas, pero estas eran a menudo descartadas o reformuladas por sus compañeros antes de ser consideradas válidas. Esta dinámica impidió que sus aportes —frecuentemente conectados con la experiencia corporal y social— se tradujeran directamente en decisiones matemáticas, limitando así la potencial resignificación del conocimiento desde la experiencia femenina.

En contraste, los grupos homogéneos (femenino y masculino) mostraron interacciones más equitativas. Los grupos masculinos reconocían un desconocimiento del fenómeno, mostraban interés por conocer más. En el grupo femenino las participantes no solo discutieron sobre las propiedades de las funciones matemáticas, sino también sobre la pertinencia de ciertos modelos para representar fases específicas del ciclo y cómo estos modelos podrían proyectarse en la enseñanza escolar. Esta articulación entre conocimiento formal y experiencia situada constituye un indicador clave del potencial transformador de la modelación mediada por una mirada feminista.

Con respecto a las proyecciones al aula, los grupos mostraron dos tendencias. Por una parte, los grupos mixtos y algunos grupos homogéneos masculinos tendieron a centrar sus decisiones didácticas en la cobertura curricular, seleccionando el nivel escolar en función del objeto matemático que consideraban adecuado para representar el fenómeno del ciclo menstrual. Por ejemplo, se propuso implementar la situación en segundo medio debido a la presencia de contenidos como funciones cuadráticas, o en tercero medio por el tratamiento de funciones trigonométricas. Esta decisión evidencia un enfoque centrado en los contenidos matemáticos, en el que el fenómeno opera como un contexto aplicativo.

En contraste, el grupo femenino y uno de los grupos masculinos priorizaron la pertinencia cultural del fenómeno para el estudiantado. Estos grupos propusieron implementar la situación en niveles como séptimo básico o segundo medio de educación regular (entre 12 y 16 años) argumentando que, según el desarrollo etario, en estos cursos suelen vivenciar experiencias directamente vinculadas a la salud menstrual, como el inicio del ciclo en niñas o el uso de métodos anticonceptivos. Estos grupos resaltaron la necesidad de discutir el ciclo menstrual de manera abierta dentro del aula de matemáticas, relacionándolo con las vivencias del estudiantado y promoviendo el uso de herramientas matemáticas propias de cada nivel escolar para interactuar con el fenómeno.

Estos hallazgos permiten concluir que la elección del nivel de implementación estuvo mediada por la experiencia vivida en el proceso de modelación: aquellos grupos que lograron una comprensión profunda del fenómeno tendieron a priorizar su relevancia cultural y social, mientras que aquellos que sostuvieron un análisis más superficial privilegiaron la adecuación curricular de los contenidos. Esta diferencia pone en evidencia cómo el tipo de interacción con el fenómeno influye directamente en las decisiones didácticas de los futuros docentes.

4.2.3 El ciclo de modelación matemática desde una perspectiva feminista

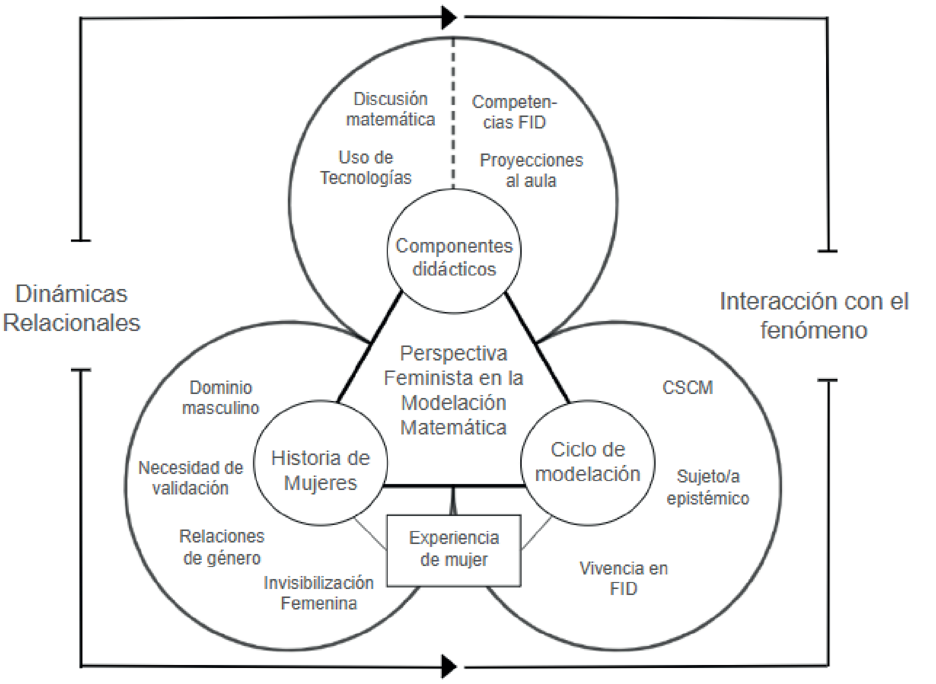
La implementación del ciclo de modelación matemática permitió observar cómo la interacción con el fenómeno del ciclo menstrual propició distintos niveles de comprensión y apropiación del conocimiento matemático. Más allá de construir modelos funcionales, esta experiencia generó un espacio de reflexión sobre cómo se enseña y se aprende matemática cuando el fenómeno modelado interpela directamente la vivencia personal o cultural de quienes participan. En particular, el análisis del fenómeno desde sus distintas fases —toma de datos, representación gráfica y análisis funcional— permitió que los grupos trabajaran con diversos objetos matemáticos, pero con enfoques y niveles de profundidad distintos, dependiendo de las dinámicas relacionales y del grado de vínculo que establecieron con el fenómeno. Así, el ciclo de modelación operó como una estructura que no solo guio el trabajo matemático, sino que también evidenció tensiones, resistencias y posibilidades en torno a la integración de fenómenos culturalmente significativos en la formación docente.

Desde nuestra perspectiva de modelación sociocultural, esta experiencia permite comprender el conocimiento matemático como resultado de interacciones entre sujetos, fenómenos y contextos. Tal como señalan Pérez-Vera y Salazar-Cortez (2024), el ciclo de modelación actúa como un espacio formativo donde emergen significados matemáticos desde los fenómenos reales, permitiendo una apropiación crítica del conocimiento. En este sentido, modelar el ciclo menstrual se constituye en un acto epistémico y político que tensiona los límites tradicionales de la enseñanza matemática.

Además, el ciclo permitió visibilizar la experiencia de mujer como un aporte epistemológicamente valioso. El grupo formado por mujeres logró discutir la matemática implicada en el fenómeno y, al mismo tiempo, vincular estas observaciones con sus propias experiencias y conocimientos previos. Esta articulación favoreció el fortalecimiento de su participación en la producción de saber matemático, cuestionando así las estructuras tradicionales que históricamente han marginado sus aportes en este campo.

Por otra parte, en los grupos mixtos, donde las dinámicas fueron más jerárquicas, se observó una menor posibilidad de resignificación, ya que las participantes no lograron integrar su experiencia en el proceso con la misma libertad. Esto evidencia la importancia de generar espacios equitativos de construcción de conocimiento en procesos de modelación.

Figura 4. Modelación matemática y perspectiva feminista en la FID.



Fuente: elaboración propia.

La figura 4 muestra una síntesis del análisis de la experiencia. El ciclo de modelación de un fenómeno ligado a la experiencia femenina abrió oportunidades de resignificación del saber matemático; sin embargo, las relaciones de poder condicionaron la participación y la agencia epistémica de las mujeres en grupos mixtos.

5. Conclusiones y proyecciones

La incorporación de fenómenos culturalmente relevantes en la FID es pertinente, pero requiere dispositivos didácticos que aseguren participación equitativa y habiliten la experiencia de las mujeres como fuente legítima de conocimiento matemático.

Durante la experiencia de modelación del ciclo menstrual, se observó una diferencia en la manera de relacionarse con el fenómeno, marcada por el género de quien modela. Las estudiantes mujeres recurrieron a sus propias vivencias para comprender las variaciones analizadas. En contraste, los estudiantes hombres asumieron una postura externa, enfocándose principalmente en el análisis gráfico y funcional de los datos, admitiendo un gran desconocimiento del fenómeno.

Sin embargo, a pesar de que las experiencias personales de las mujeres ofrecían claves interpretativas valiosas, estas no siempre lograron expresarse libremente en los grupos mixtos debido a la predominancia de dinámicas relacionales tradicionales. En dichos contextos, las intervenciones de las estudiantes fueron frecuentemente minimizadas o supeditadas a la aprobación de sus compañeros, lo que limitó su participación.

Con respecto al diseño metodológico cualitativo bajo un enfoque fenomenológico feminista, cabe mencionar que fue adecuado para abordar la problemática desde una perspectiva crítica, articulando las experiencias individuales con un análisis estructural de las dinámicas de género. Asimismo, el diseño de la situación de modelación mostró ser efectivo para integrar de manera explícita el análisis del fenómeno.

Entre las limitaciones del estudio se reconoce la acotada cantidad de participantes y el hecho de analizar una única experiencia de modelación. Por ello, se proyecta que futuras investigaciones se consideren muestras más amplias y diversas, así como explorar nuevos fenómenos que permitan seguir profundizando en la articulación entre género, modelación matemática y formación docente.

Finalmente se proyecta ampliar el análisis de dinámicas de género en otros espacios de la FID, y fortalecer la incorporación de perspectivas feministas en la construcción social del conocimiento matemático.

6. Referencias bibliográficas

Arrieta, J. y Díaz, L. (2015). Una perspectiva de la modelación desde la Socioepistemología. *Revista latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 18*(1), 19-48. https://doi.org/10.12802/relime.13.1811

Blanco, V. (2014). Educación matemática desde una perspectiva feminista. Algunas ideas para aplicar en el aula. [Trabajo de Postgrado: Ciencia, Tecnología y Sociedad: conocimiento y participación].

Blázquez-Graf, N. y Flores, J. (2005). *Ciencia, tecnología y género en Iberoamérica*. UNAM.

Boix, R. (2002). *Comunicación, feminismo y nuevas tecnologías. Revista Aportes Andinos (AA)*, (4). https://revistas.uasb.edu.ec/index.php/aa/article/view/3774

Ceballos, B. (2021). *Desarrollo de género y actitudes hacia las matemáticas: El tránsito de la infancia a la adolescencia en mujeres.* [Tesis de Maestría, Universidad Veracruzana]. https://cdigital.uv.mx/server/api/core/bitstreams/1149beec-348c-4417-9b2d-a7f-1d3473ead/content

Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas. (2021). *Estándares pedagógicos y disciplinarios para carreras de pedagogía en educación media en Matemática*. Mineduc.

Del Río, M. F., Strasser, K. y Susperreguy, M. I. (2016). ¿Son las habilidades matemáticas un asunto de género?: Los estereotipos de género acerca de las matemáticas en niños y niñas de Kínder, sus familias y educadoras. *Calidad en la Educación, 45*, 20-53. http://dx.doi.org/10.4067/S0718-45652016000200002

Echeconea, M. y Mansilla, M. (2019). *Las posibilidades de la enseñanza de la matemática con una perspectiva popular, feminista y revolucionaria*. XIII Jornadas de Sociología. https://www.aacademica.org/000-023/637

Espinosa-Guia, C. (2021). Organización social y dominio masculino en las matemáticas. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos, 51*(3), 231-260. https://doi.org/10.48102/rlee.2021.51.3.394

Espinosa-Guía, A. (2010). La perspectiva de género en la educación matemática. *Revista Educación Matemática*, *22*(2), 5-25.

Gracia, I. (2022). *Usos diferenciales de la tecnología con perspectiva de género*. http://hdl.handle.net/10251/184660

Huincahue, A., Borromeo, P. y Mena, J. (2018). El conocimiento de la modelación matemática desde la reflexión en la formación inicial de profesores de matemática. *Enseñanza de las Ciencias. Revista de Investigación y Experiencias Didácticas, 36*(1), 99-115. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2277

Jiménez-Cortés, R. (2021). Diseño y desafíos metodológicos de la investigación feminista en ciencias sociales. *Empiria: Revista de Metodología de Ciencias Sociales, 50*, 177-200. https://doi.org/10.5944/empiria.50.2021.30376

Leal, N. (2000). El método fenomenológico: Principios, momentos y reducciones. *Revista Electrónica de Investigación Científica, Humanística y Tecnológica, 1*(2), 51-60.

Macías, G. F. (2018). Metodología para la investigación cualitativa fenomenológica y/o hermenéutica. *Revista Latinoamericana de Psicoterapia Existencial, 17,* 17-23. https://www.fundacioncapac.org.ar/revista_alpe/index.php/RLPE/article/view/3

Meza-Cascante, L. G., Suárez-Valdés-Ayala, Z., Agüero-Calvo, E., Jiménez-Céspedes, R., Calderón-Ferrey, M., Sancho-Martínez, L., … y Monje-Parrilla, J. (2021). Mathematics as a male domain: a study of perception in Costa Rican secondary education. *Revista Electrónica Educare, 25*(3), 649-663. http://dx.doi.org/10.15359/ree.25-3.35

Mineduc. (2023). *Promover la igualdad de género en el aprendizaje*. Educación sin brechas. https://educacionsinbrechas.mineduc.cl/

Mora Zuluaga, A. y Ortiz Buitrago, J. (2015). Capacidades didácticas en el diseño de tareas con modelación matemática en la formación inicial de profesores. *Perspectiva Educacional, Formación de Profesores, 54*(1), 110-130. https://doi.org/10.4151/07189729-Vol.54-Iss.1-Art.281

Morales, N. (2015). *Investigación exploratoria: Tipos, metodología y ejemplos.* https://www.lifeder. com/investigacion-exploratoria.

Navas, M. (2013). La investigación feminista y la perspectiva de género. *Conjeturas Sociológicas, 1*(1), 92-99. https://revistas.ues.edu.sv/index.php/conjsociologicas/article/view/203

Ocio, R. (2023). Igualdad de género y formación inicial del profesorado en España: Entre la utopía y la realidad. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación del Profesorado, 27*(1), Article 1. https://doi.org/10.30827/profesorado.v27i1.21192

Pérez-Vera, I. y Salazar-Cortez, P. (2024a). Diseño de un curso de formación inicial para profesores, que integra la modelación matemática escolar con evaluación de tecnologías. *El Cálculo y su Enseñanza, 20*(1), 15-44.

Pérez-Vera, I. y Salazar-Cortez, P. (2024b). Modelación matemática como propuesta de trabajo para superar obstáculos y dificultades en el cálculo escolar. Una experiencia en formación inicial docente. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 37*(1), 1-20.

Ramos-Galarza, C. (2020). Los alcances de una investigación. *CienciAmérica: Revista de divulgación científica de la Universidad Tecnológica Indoamérica, 9*(3), 1-6.

Rodríguez, C. (2012). "En matemáticas soy la que saco mejor calificación": Identidad de género y representaciones sociales de las matemáticas escolares. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 25*, 65-74.

Rodríguez, R. y Quiroz, S. (2016). El papel de la tecnología en el proceso de modelación matemática para la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 19*(1), 99-124. https://doi.org/10.12802/relime.13.1914

Rodríguez-Salamanca, V. (2020). Coeducación: Aproximación a una epistemología feminista en el aula. *Revista de Estudios de Género: La Ventana, 6*(51), 32-52.

Sillero, S. y Hernández, C. (2019). *Libro Blanco de las mujeres en el ámbito tecnológico.* Ministerio de Economía y Empresa, Gobierno de España.

Solsona, N., Quintanilla, M. y Ariza, M. (2021). Perspectivas metateóricas actuales en la didáctica de las ciencias y la emergencia del modelo de género. *Bio-grafía*. https://revistas.upn.edu.co/index.php/bio-grafia/article/view/15704

Stasiejko, H., Tristany, S., Pelayo Valente, L. y Krauth, K. (2009). La triangulación de datos como criterio de validación interno en una investigación exploratoria. *II Congreso Internacional de Investigación, 2-14 de noviembre de 2019.* https://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/trab_eventos/ev.12024/ev.12024.pdf

Trigueros, A. y Martinez, R. (2001). Las mujeres, las Nuevas Tecnologias y la Educacion. Un camino lleno de obstaculos. En Area Moreira, M. (coord.), *Educar en la sociedad de la información* (pp. 215-248). Desclée de Brouwer.

Unesco. (2019). *Descifrar el código: La educación de las niñas y las mujeres en ciencias, tecnología, ingeniería y matemáticas (STEM)—UNESCO Biblioteca Digital*. https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000366649

Ursini, S. (2012). Diferencias de género en la representación social de las matemáticas: Un estudio con alumnos y alumnas de secundaria. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos, 42*(3), 89-110.

Villa-Ochoa, J. (2012). Modelación Matemática Escolar. Algunas Reflexiones Frente a su Relación con la Cultura. *XXVI Reunião Latinoamericana de Matemática Educativa*, 210-219.

Villa-Ochoa, J., Bustamante, C. y Berrio, M. (2010). *Sentido de realidad en la modelación matemática* [Contribución a Actas de Congreso]. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. http://www.clame.org.mx/alme.htm

UCMAULE

REVISTA ACADÉMICA

Talca, Chile, julio-diciembre, 2025. N° 69. I.S.S.N: 0719-9872

Recopilado: 20-05-2025 | Aceptado: 15-10-2025 | Publicado: 20-12-2025

DESARROLLO DE HABILIDADES DE VISUALIZACIÓN EN LA ENSEÑANZA Y MODELACIÓN DE SÓLIDOS DE REVOLUCIÓN

DEVELOPING VISUALIZATION SKILLS IN TEACHING AND MODELLING SOLIDS OF REVOLUTION

ESTUDIO

CONSTANZA QUIROZ-VEGA
Liceo José Cortés Brown, cerro Castillo
Quilpué, Chile
constanza.quiroz.vega@gmail.com
ORCID: 0009-0000-4841-258X

Resumen

Se presentan los resultados de una investigación cuyo propósito es caracterizar las habilidades relacionadas con la visualización que desarrollan los estudiantes cuando enfrentan una situación de modelación con apoyo en la tecnología y centrada en el aprendizaje de sólidos de revolución. Para ello, se estableció un marco conceptual que integra las habilidades asociadas a la visualización con el ciclo de modelación. El análisis de datos se desarrolló mediante un enfoque cualitativo. Se analizaron los materiales escritos y archivos electrónicos resultantes de la implementación de una tarea de modelación, la cual propuso recrear objetos cotidianos mediante sólidos de revolución, utilizando un *software* de geometría dinámica en el marco de una asignatura de Geometría 3D.

Palabras claves: Visualización, modelación matemática, sólidos de revolución.

Abstract

We present the results of a research study aimed at characterizing the visualization skills students develop when faced with a technologically advanced modeling situation focused on solids of revolution. To this end, a conceptual framework was established that integrates visualization skills with the modeling cycle. A qualitative analysis was conducted of the implementation of a modeling task that proposed recreating everyday objects using solids of revolution, using dynamic geometry software within a 3D Geometry course.

Keywords: Visualizing, mathematical modelling, solids of revolution.

1. Problemática y antecedentes

La geometría es una de las ramas de las matemáticas que tiene una sólida relación y aplicación en el mundo que nos rodea, estableciendo una fuerte conexión que nos permite estudiar y desarrollar el razonamiento lógico, percepción espacial y la visualización (Fachrudin y Juniati, 2023).

Consideramos la visualización como un elemento fundamental en la geometría, ya que esta rama de la matemática se fundamenta en elementos visuales para su comprensión (Blanco *et al*., 2019). En las últimas décadas, la habilidad de visualización ha experimentado un notable resurgimiento, capturando el interés de investigadores y motivándolos a llevar a cabo estudios en torno a la temática. Pittalis *et al*. (2009) realizaron un estudio con estudiantes de sexto grado, cuyo objetivo fue examinar sus procesos de visualización, mientras trabajaban en un entorno dinámico para construir imágenes visuales tridimensionales. Por otro lado, Gutiérrez *et al*. (2020) realizaron una investigación que se enmarca en los procesos de visualización en la resolución de problemas en ambientes de aprendizaje mediante el uso de TIC con estudiantes de primaria. Del mismo modo, Fujita *et al*. (2017) plantean una investigación cuyo objetivo fue estudiar cómo estudiantes emplean las habilidades de razonamiento espacial para resolver problemas que implican representaciones 2D de cuerpos geométricos 3D, fomentando con ello el desarrollo de la habilidad de visualización.

Una de las razones por las que ha resurgido el interés en la visualización se vincula con la necesidad de comprender y presentar conceptos, formas, relaciones y propiedades mediante el uso de nuevos recursos tecnológicos, tales como *software* de geometría dinámica, junto con entornos de aprendizaje caracterizados por una creciente presencia tecnológica. La exhibición de estos elementos mediante herramientas digitales no solo potencia el proceso de aprendizaje de los estudiantes, sino que también se configuran como potentes herramientas matemáticas y científicas al infundir dinamismo en representaciones que anteriormente permanecían estáticas (Fernández, 2013). Además, estas herramientas conllevan modificaciones en los recursos semióticos y en las representaciones visuales, y viceversa, lo que alimenta el interés en investigar los procesos visuales en pleno desarrollo (Fernández, 2013).

La atención a este contenido en particular se justifica debido a que se ha observado que los estudiantes enfrentan dificultades al manipular representaciones bidimensionales de cuerpos geométricos tridimensionales, y estas dificultades se agravan cuando se les pide que las dibujen (Andrade y Montecino, 2011). Por tanto, uno de los principales desafíos que enfrenta el profesor en el aula de clases es lograr que los estudiantes visualicen que un objeto geométrico tridimensional está compuesto por figuras planas (Esquivel, 2018).

En resumen, se propone que el desarrollo de la habilidad de visualización es un punto a considerar en los procesos educativos, para lo cual es importante tener en cuenta su relación con la presentación de conceptos, formas, relaciones y propiedades en los nuevos entornos de aprendizaje; sobre todo en su relación con la tecnología que nos rodea. Es un desafío, entonces, lograr que los estudiantes en sus aulas de clases puedan visualizar de manera efectiva que un objeto geométrico tridimensional está compuesto por figuras planas (Esquivel, 2018). Por esta razón, resulta relevante diseñar actividades que fomenten habilidades orientadas al desarrollo de la visualización, a través de la resolución de problemas y el uso de tecnologías, considerando que, además de cumplir un rol procedimental, puede también trascender hacia la formulación de soluciones más generales y creativas (Arcavi, 2003).

Considerando que la problemática está enfocada en la dificultad que tienen los estudiantes en sus aulas de clases para visualizar un objeto geométrico tridimensional a la luz de su composición por figuras planas en tareas de sólidos de revolución, se plantea la siguiente pregunta de investigación: ¿cuáles son las habilidades que se relacionan con la visualización cuando los estudiantes de 3° y 4° medio modelan una situación donde participan los sólidos de revolución con apoyo de la tecnología?

Por ende, el objetivo general de esta investigación es caracterizar habilidades relacionadas a la visualización de los estudiantes, cuando enfrentan una situación de modelación con tecnología en el marco de tareas de sólidos de revolución.

2. Marco conceptual

La investigación se apoya en dos perspectivas teóricas que permiten una mirada integral a las fases de modelación cuando estas involucran elementos geométricos y habilidades de visualización.

2.1 Visualización

Esta investigación utiliza una definición basada en las propuestas de Bishop (1989) y Arcavi (2003): la visualización es una habilidad que permite transformar información externa, ya sea gráfica o verbal, en imágenes mentales, analizarlas y extraer información de las mismas. A su vez, es esta habilidad la que posteriormente se expresa en una imagen mental, en papel o con herramientas tecnológicas, con la finalidad de resolver un problema o demostrar propiedades. Para desarrollar la habilidad de visualización, es relevante considerar lo que menciona Del Grande (1987, p. 127), Gutiérrez (1996) y Escrivà *et al.* (2021), investigadores que identifican y establecen habilidades específicas que ayudan a su desarrollo y son utilizadas en el campo de la geometría:

a. Identificación visual: habilidad para reconocer una figura aislándola de su contexto. Se utiliza cuando la figura está formada por varias partes o cuando hay varias figuras superpuestas.

b. Conservación de la percepción: habilidad para reconocer que un objeto (ya sea real o una imagen mental) y sus propiedades se mantienen constantes, independientemente del tamaño, color, textura o posición. Asimismo, implica la capacidad de comprender que un objeto conserva su forma incluso cuando no se observa parcialmente o en su totalidad.

c. Reconocimiento de características según la orientación: es la habilidad para relacionar la posición de un objeto o representación mental, consigo mismo o con otro objeto, que actúa como punto de referencia.

d. Reconocimiento de relaciones espaciales: se refiere a la habilidad que permite reconocer las relaciones entre diferentes objetos y/o imágenes mentales, ya sea entre sí o consigo mismo. Esto incluye características como la perpendicularidad, la simetría, paralelismo, entre otras.

e. Discriminación visual: es la habilidad de comparar objetos, imágenes o imágenes mentales, e identificar similitudes y diferencias entre ellas.

f. Memoria visual: es la habilidad para recordar las características visuales y las posiciones que tenían un conjunto de objetos en un momento determinado, incluso cuando estos objetos ya no están a la vista o han sido desplazados de su posición original.

g. Desplazamiento mental: es la habilidad para producir imágenes mentales dinámicas y visualizar el objeto en movimiento.

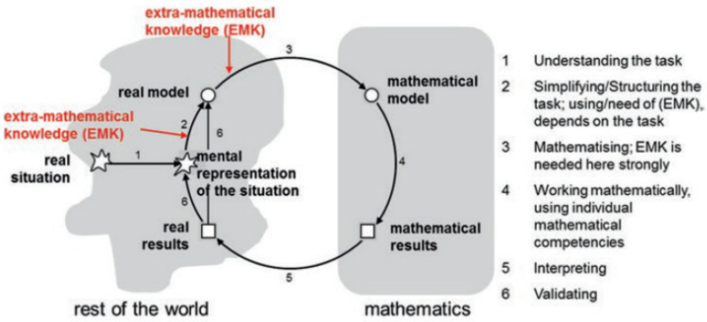
2.2 Modelación matemática

En esta investigación la modelación matemática (MM) se interpreta como la actividad que implica una conexión entre el mundo real y el mundo de las matemáticas, aspirando a alcanzar la transición fluida entre ambos mundos (Guerrero-Ortiz, 2021), donde el objetivo es abordar matemáticamente situaciones de la realidad. En el ámbito educativo puede considerarse desde dos aproximaciones: como un contenido a enseñar, vinculado a una práctica matemática, o como un medio para el aprendizaje y el desarrollo de habilidades matemáticas, lo que se convierte en una estrategia didáctica (Guerrero-Ortiz, 2021).

En este marco, Borromeo Ferri (2018) señala que, en el proceso de modelación, las herramientas digitales pueden utilizarse tanto para realizar cálculos o visualizaciones como para la búsqueda de información relacionada al problema a modelar. Adicionalmente, Greefrath *et al*. (2018) identifican relaciones entre el uso del *software* de geometría dinámica y las fases del ciclo de modelación, entre estas el uso de la tecnología para dibujar, medir, construir, experimentar y visualizar. En la misma línea, Guerrero-Ortiz y Camacho-Machín (2022) enfatizan que las acciones de los estudiantes durante actividades de modelación pueden variar en función de la tecnología, lo que permite incluso modificar levemente el ciclo de modelación de acuerdo con los propósitos de la tarea.

La modelación matemática puede considerarse como un ciclo que se desarrolla a través de varias etapas, representando un tránsito entre dos dominios: la realidad y las matemáticas. Para comprender y analizar este tránsito de manera efectiva, se considera la propuesta de Borromeo Ferri (2018) que enfatiza los procesos cognitivos que los individuos manifiestan durante el proceso de modelación (figura 1).

Figura 1. Ciclo de modelación matemática.



Fuente: extraído de Borromeo Ferri (2018).

En resumen, la visualización y la modelación matemática no solo permiten analizar el desarrollo de los procesos que tienen lugar al trabajar con objetos geométricos, sino que también constituyen un marco para diseñar estrategias didácticas que permiten identificar y caracterizar las habilidades específicas que los estudiantes ponen en juego, evidenciando cómo dichas prácticas potencian su aprendizaje y abriendo la posibilidad de profundizar en las habilidades que inciden en él.

3. Metodología

Esta investigación cualitativa se desarrolló en un liceo particular subvencionado de Viña del Mar, con orientación humanista-científica. Los participantes fueron 20 estudiantes, cuyas edades fluctúan entre los 16 y 18 años, todos cursando la asignatura de Geometría 3D. La implementación de la tarea de modelación se llevó a cabo durante tres sesiones de 120 minutos cada una, realizadas a cada tanto en una sala de computadores.

Debido al objetivo de esta investigación, era necesario y esencial contar con registros visuales. Por lo tanto, una de las técnicas utilizadas para recopilar datos fue el registro escrito a través de una hoja de trabajo proporcionada a cada estudiante. El propósito de esta hoja era que el alumnado anotara sus respuestas y procedimientos, generando así un respaldo adicional de lo que ocurrió en clase.

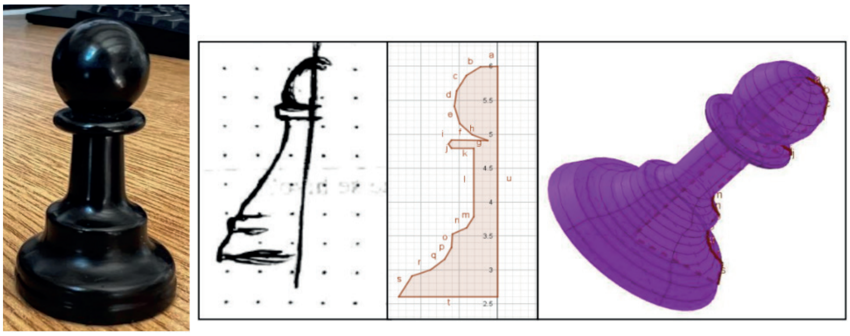
Además, para obtener información más detallada sobre la interacción de los estudiantes, tanto entre sí como individualmente, se utilizaron videograbadoras en todas las clases. Asimismo, dado que la tarea de modelación se desarrolló con apoyo de tecnologías digitales, en particular el *software* GeoGebra, se implementaron dos técnicas adicionales para la recopilación de datos: los archivos electrónicos de GeoGebra de cada estudiante y la captura de pantalla de los modelos creados en dicho programa, para luego ser entregados en un archivo Word. Cabe señalar que el análisis de esta información se llevó a cabo a partir de las habilidades descritas en el marco conceptual.

4. Tarea de modelación

El objeto matemático de esta propuesta involucra la creación de sólidos de revolución, que implica la simulación de objetos de la vida cotidiana a través de una figura bidimensional y su posterior rotación respecto a un eje en específico. Por lo tanto, el propósito de esta actividad es construir representaciones gráficas de objetos de la vida real como resultado de la manipulación dinámica de figuras 2D que rotan alrededor de un eje.

La tarea de modelación consistió en recrear objetos físicos utilizando GeoGebra. Para lograrlo, los estudiantes debían, en primer lugar, crear figuras bidimensionales a través de dibujos realizados a mano, que posteriormente eran replicados en el *software*. Luego, al rotar dichas figuras alrededor de un eje de su elección, se buscaba simular el objeto real presentado. En esta actividad se propuso la recreación de cinco objetos: una copa, un jarrón, un remedio para la nariz, un peón de ajedrez (figura 2) y una pokebola (anexo 1).

Figura 2. Proceso de modelación con objeto peón de ajedrez.



Fuente: elaboración propia.

La actividad comenzó mostrando a los estudiantes un tarro de papas fritas vacío y se les preguntó cómo lo representarían —la altura, el diámetro, la base, si tenía espacios vacíos o no, y el contorno, para luego dibujarlo en papel—, con el fin de identificar las características necesarias para recrear dicho objeto. Posteriormente, se realizó el mismo procedimiento con los cinco objetos ya mencionados (anexo 1), cuya información fue trasladada a GeoGebra con el apoyo de un tutorial impreso, obteniendo como resultado representaciones tridimensionales de los objetos físicos.

Con estas producciones, los estudiantes trabajaron en las guías entregadas, que incluían las siguientes preguntas:

a. Si la representación del objeto que realizaste en GeoGebra lo corta un plano horizontal, ¿qué figura obtengo? ¿Y un plano vertical? Representa tu respuesta.

b. Si tu representación se manda a imprimir en una impresora 3D, ¿quedará igual al objeto real? ¿Por qué?

c. Compara las representaciones dibujadas que realizaste al inicio y las representaciones finales realizadas en GeoGebra. La representación resultante, ¿es lo que imaginaste al inicio? ¿Qué similitudes y diferencias tiene esta representación con la inicial?

Cada pregunta apuntaba a distintos objetivos, tales como utilizar su modelo creado para analizar los cortes de los sólidos y reflexionar sobre las propiedades geométricas implicadas. Se buscó, además, que los estudiantes compararan los modelos 3D obtenidos en GeoGebra con los objetos físicos, identificando semejanzas y diferencias; y que realizaran un contraste entre las representaciones iniciales y los modelos virtuales obtenidos en el *software*, promoviendo la reflexión acerca de la fidelidad de las simulaciones respecto a los objetos reales.

De esta manera, la actividad permitió a los estudiantes transitar desde la elaboración de una idea inicial sobre los objetos físicos hacia la construcción y análisis de modelos virtuales en GeoGebra, promoviendo procesos de comparación, reflexión y argumentación en torno a las propiedades de los sólidos geométricos.

5. Resultados

A continuación, se analizan los distintos momentos de la tarea de modelación, destacando las principales habilidades de visualización que se observaron, además, se identifica cuál(es) de ellas se manifestaron en mayor medida. El trabajo de los estudiantes se desarrolló en seis momentos representativos, por tanto, el análisis se expone de acuerdo a ellos.

5.1 Momento 1

Se comenzó mostrando un tarro de papas fritas vacío y se preguntó a los estudiantes cómo lo representarían. Del total de producciones, se identificaron tres categorías principales: el 29,4% de los estudiantes dibujó el objeto como un cilindro, utilizando figuras por separado para luego unirlas, presentando la habilidad de *identificación visual*.

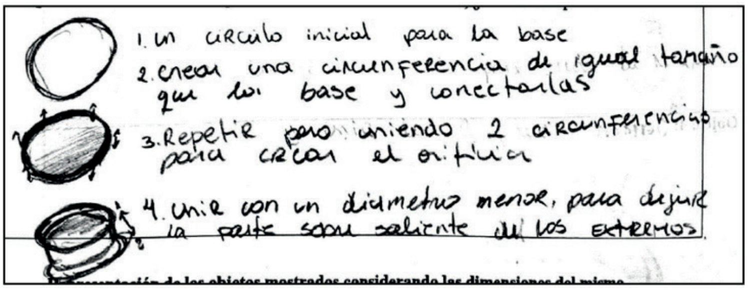
Un 41,2% representó el objeto considerando su vista frontal, además de centrarse en sus propiedades —por ejemplo, su forma cilíndrica—, manifestando la habilidad de *conservación de la percepción* debido a que mantuvieron las propiedades del objeto, tales como su forma (figura 3).

Un 29,4% manifestó la habilidad de *reconocimiento de características según su orientación* debido a que, al representar el objeto mostrado, los estudiantes consideraron diversas vistas para proporcionar la mayor cantidad de detalles posibles, por ejemplo, las vistas frontales, superiores y laterales, en conjunto a la habilidad de *desplazamiento visual* (figura 4).

Figura 3. Respuesta que evidencia la habilidad de *conservación de la percepción*.

Fuente: elaboración propia.

Figura 4. Respuesta que evidencia la habilidad de *reconocimiento de características según su orientación* y *desplazamiento visual*.



1. **Un círculo inicial para la base.**
2. **Crear una circunferencia de igual tamaño que la base y conectarlas.**

Fuente: elaboración propia

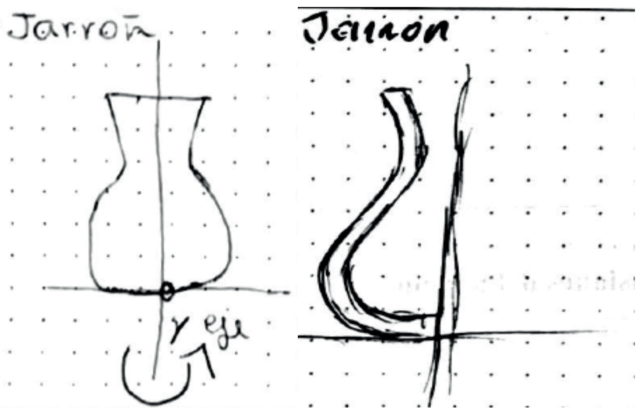
5.2 Momento 2

Los estudiantes comenzaron a determinar las características necesarias para recrear los objetos presentados, tales como la altura del objeto, el diámetro, la base, si es hueco y el contorno. Los resultados muestran dos tendencias:

El 35,7% de los estudiantes simplificó la representación a una figura 2D sin considerar rasgos esenciales del objeto, como el espacio vacío del interior, confiando en que la rotación debiese generar algo similar al objeto real. Con esto, se evidencia la habilidad de *identificación visual* ya que logran aislar las figuras a partir del objeto, aunque no de la manera más precisa. Asimismo, se observa la manifestación de la habilidad de *desplazamiento mental*, pues los estudiantes anticipan que dichas figuras, al ser rotadas, permitirán recrear el objeto en cuestión.

El 64,3% de los estudiantes consideró el contorno del objeto al dibujar la figura bidimensional, aunque no incluyeron medidas específicas como la altura o el diámetro. En estas producciones se evidencian varias habilidades: el *desplazamiento mental*, al anticipar que al rotar las figuras se recrearía el objeto; la *identificación visual*, al aislar la figura 2D a partir del objeto real; y el *reconocimiento de relaciones espaciales*, al tomar en cuenta características espaciales del objeto como los espacios vacíos presentes en algunos casos (figura 5).

Figura 5. Respuesta que evidencia el *desplazamiento mental, identificación visual* y *reconocimiento de relaciones espaciales*.



Fuente: elaboración propia.

5.3 Momento 3

Los estudiantes comienzan a recrear los objetos físicos en GeoGebra utilizando el tutorial. Como resultado, obtienen una representación 3D del objeto. Para el análisis, se comparó la figura 2D creada en la guía con la representación realizada en GeoGebra. A continuación, se analizan las habilidades manifestadas en la recreación de cada objeto.

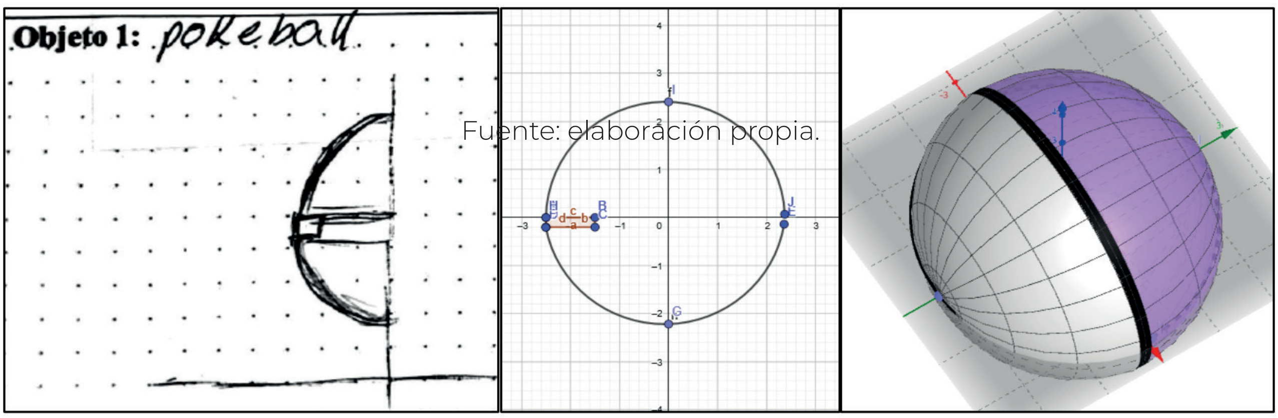
5.3.1 Objeto 1: Pokebola

Para este objeto, el 78,6% de los estudiantes utilizó en GeoGebra exactamente la misma figura bidimensional que previamente habían bosquejado en sus guías (figura 6). Esto refleja la manifestación de la habilidad de *conservación de la percepción,* puesto que los estudiantes asumieron que, al trasladar la figura inicial al *software,* las propiedades del objeto se mantendrían sin necesidad de modificaciones.

En contraste, un 7,1% de los estudiantes modificó la figura 2D al recrearla en GeoGebra, empleando una figura distinta a la plasmada en sus guías, aunque manteniendo las propiedades del objeto. En estas producciones se evidencian las habilidades de *identificación visual*, ya que los estudiantes volvieron a aislar las características esenciales del objeto, y de *conservación de la percepción*, al reconocer que el cambio de figura no alteraba la correspondencia con el objeto real.

Finalmente, el 14,3% de los estudiantes también modificó la figura en GeoGebra respecto a la de sus guías, pero incorporó un detalle interno del objeto: la hendidura que lo bordea. Este aspecto permitió una representación más precisa y cercana al objeto físico. En este caso, las habilidades manifestadas corresponden al *reconocimiento de relaciones espaciales*, al establecer una relación interna vinculada con la hendidura; a la *identificación visual*, por la capacidad de aislar nuevamente los rasgos relevantes del objeto; y a la *conservación de la percepción*, al mantener la coherencia entre el modelo digital y el objeto físico (figura 6).

Figura 6. Respuesta que evidencia el *reconocimiento de relaciones espaciales*.



Fuente: elaboración propia.

Fuente: elaboración propia.

5.3.2 Objeto 2: Copa

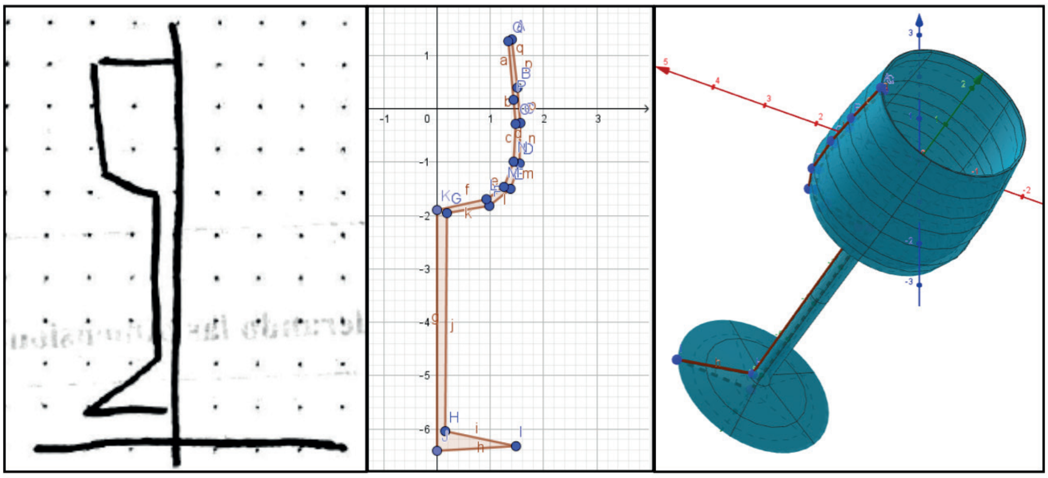
Para este objeto, observamos que el 42,9% de los estudiantes replicó en GeoGebra exactamente la misma figura 2D que habían bosquejado en sus guías. En estas producciones se evidencia la *conservación de la percepción*, ya que los estudiantes asumieron que las propiedades del objeto se mantendrían al trasladar directamente la figura al *software*, sin necesidad de modificaciones.

Por otra parte, el 21,4% replicó también la figura previamente creada, pero incorporando nuevas características específicas del objeto, como el espacio vacío para verter líquido. En este tipo de producciones se manifiesta tanto la habilidad de *conservación de la percepción*, al considerar que las propiedades del objeto se mantendrían en el modelo digital, como el *reconocimiento de relaciones espaciales*, al establecer una correspondencia con el objeto físico a través de una de sus características internas: el espacio vacío.

Adicionalmente, otro 21,4% identificó desde el inicio que la figura 2D que habían dibujado no lograría representar fielmente el objeto al rotarla en torno a un eje. Por ello, modificaron la figura inicial para alcanzar una representación más precisa. En este caso, se manifestaron tres habilidades: el *reconocimiento de relaciones espaciales*, al establecer correspondencias con el objeto físico a través de su espacio interno; la *identificación visual*, al repetir el procedimiento de aislar características relevantes del objeto; y la *conservación de la percepción*, al mantener la coherencia entre el modelo digital y el objeto real (figura 7).

Finalmente, el 14,3% de los estudiantes modificó completamente la figura 2D tras recrearla en GeoGebra, utilizando una distinta a la de sus guías, pero conservando las propiedades del objeto. En estas producciones se evidencian la *identificación visual*, por el aislamiento de los rasgos característicos en su nueva figura, y la *conservación de la percepción*, al asegurar que, a pesar de la modificación, la correspondencia con el objeto físico se mantuviera.

Figura 7. Respuesta que evidencia las habilidades de *reconocimiento de relaciones espaciales*, *identificación visual* y *conservación de la percepción*.



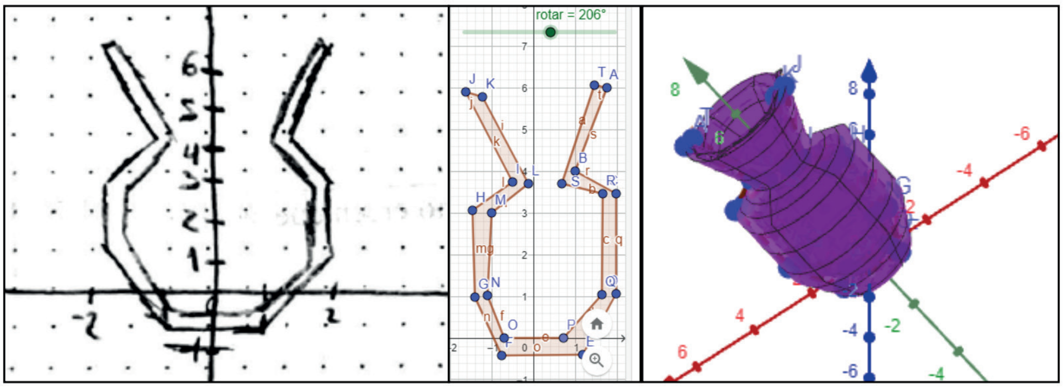
Fuente: elaboración propia.

5.3.3 Objeto 3: Jarrón

En este objeto se observa un patrón similar al de la copa. El 42,9% de los estudiantes replicó exactamente la figura 2D de sus guías, evidenciando la habilidad de *conservación de la percepción*, al asumir que el modelo se mantendría fiel al rotarlo. El 21,4% también replicó la figura inicial, pero incorporando el espacio vacío del objeto, mostrando la habilidad de *conservación de la percepción* y *reconocimiento de relaciones espaciales*, al vincular el modelo con una característica interna del objeto (figura 8).

Un 7,1% advirtió que la figura inicial no representaba el objeto al rotarlo, pues no consideraba el espacio vacío, y la modificó. Aquí se evidencian las habilidades de *reconocimiento de relaciones espaciales, identificación visual* —ya que volvía a repetir el procedimiento de aislar características relevantes del objeto— y *conservación de la percepción*. El 14,3% creó una figura distinta en GeoGebra, aunque sin considerar todas las propiedades del objeto, manifestando las habilidades de *identificación visual* y *conservación de la percepción*. Finalmente, otro 14,3% no realizó el modelo.

Figura 8. Respuesta que evidencia las habilidades de *conservación de la percepción* y *reconocimiento de relaciones espaciales*.



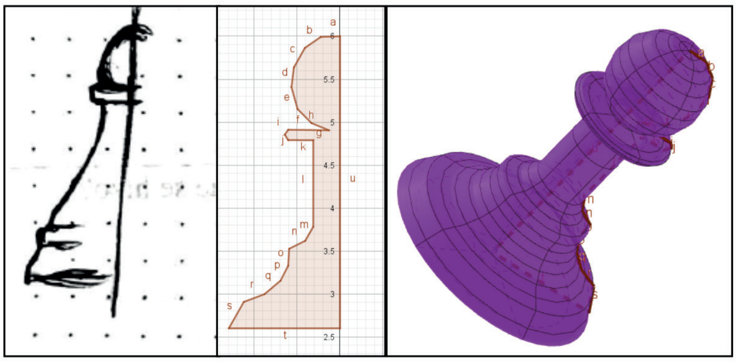
Fuente: elaboración propia.

5.3.4 Objeto 4: Peón de ajedrez

En el caso del objeto peón de ajedrez, al tratarse de un objeto macizo, las habilidades manifestadas fueron en menor cantidad. El 57,1% de los estudiantes replicó exactamente la figura 2D que habían bosquejado en sus guías, evidenciando la habilidad de *conservación de la percepción*, ya que, al replicar la figura 2D en el *software* GeoGebra, consideraron que las propiedades del objeto se mantendrían al recrearlo con la misma (figura 9).

Por otro lado, el 42,9% de los estudiantes modificó la figura al momento de recrearla en GeoGebra, utilizando una distinta a la plasmada en sus guías. En estas producciones se manifestaron las habilidades de *identificación visual*, al volver a realizar el procedimiento del momento 2, y de *conservación de la percepción*, al mantener las propiedades del objeto en el nuevo modelo.

Figura 9. Respuesta que evidencia la habilidad de *conservación de la percepción*.



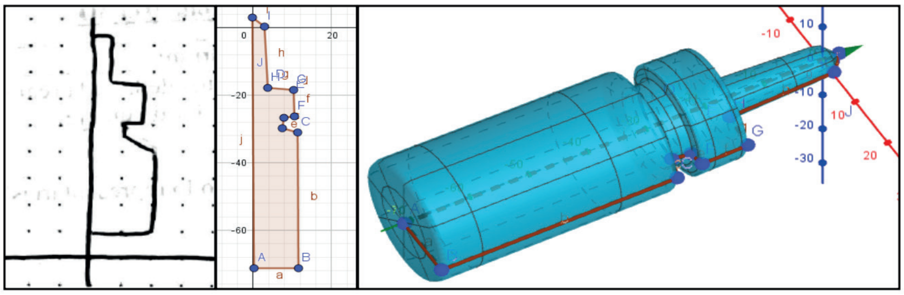
Fuente: elaboración propia.

5.3.5 Objeto 5: Remedio para la nariz

En el caso del objeto remedio para la nariz, se observó un patrón similar al objeto anterior. El 50% de los estudiantes replicó exactamente la figura 2D que habían bosquejado en sus guías, lo que evidencia la habilidad de *conservación de la percepción*, ya que consideraron que las propiedades del objeto se mantendrían al recrear el modelo con la misma figura en GeoGebra (figura 10).

Por otro lado, el 28,6% de los estudiantes modificó la figura al recrearla en GeoGebra, utilizando una distinta a la plasmada en sus guías. En estas producciones se manifestaron las habilidades de *identificación visual*, al volver a realizar el procedimiento del momento 2, y de *conservación de la percepción*, al mantener las propiedades del objeto en el nuevo modelo. Finalmente, se observó que el 21,4% del estudiantado no realizó el modelo de este objeto.

Figura 10. Respuesta que evidencia la habilidad de *conservación de la percepción*.



Fuente: elaboración propia.

5.4 Momento 4

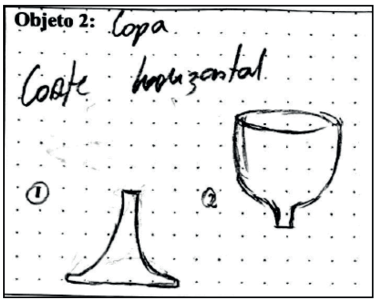
Los estudiantes utilizaron sus producciones para responder a la pregunta: "Si la representación del objeto que realizaste en GeoGebra lo corta un plano horizontal, ¿qué figura obtengo? ¿Y un plano vertical? Representa tu respuesta".

En caso del corte horizontal, se identificaron tres tipos de producciones. En primer lugar, el 35,7% de los estudiantes representó el objeto cortado a la mitad, dibujando ambas partes de manera separada. En estas producciones se evidencia la habilidad de *conservación de la percepción*, ya que los estudiantes mantienen las propiedades del objeto al momento de simular el corte (figura 11).

De igual manera, otro 35,7% representó el objeto cortado desde un único punto de vista, ya sea frontal o superior. En este caso, la habilidad manifestada corresponde al *reconocimiento de características según la orientación*, puesto que los estudiantes, después del corte, representaron el objeto en función de la posición adoptada.

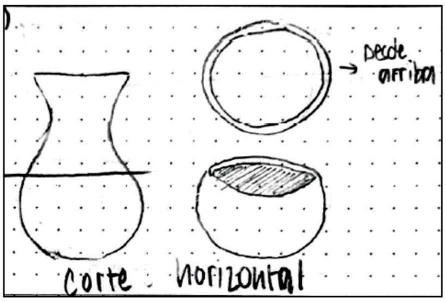
Finalmente, el 28,6% de los estudiantes representó el objeto cortado desde un punto de vista frontal o superior, pero destacando características internas, como el grosor de las paredes o el espacio vacío presente en algunos objetos. Estas producciones reflejan la habilidad de *reconocimiento de relaciones espaciales*, dado que los estudiantes establecieron vínculos entre el modelo y el objeto real a partir de propiedades internas no visibles a simple vista (figura 12).

Figura 11. Respuesta que evidencia la habilidad de *conservación de la percepción*.



Fuente: elaboración propia.

Figura 12. Respuesta que evidencia la habilidad de *reconocimiento de relaciones espaciales.*



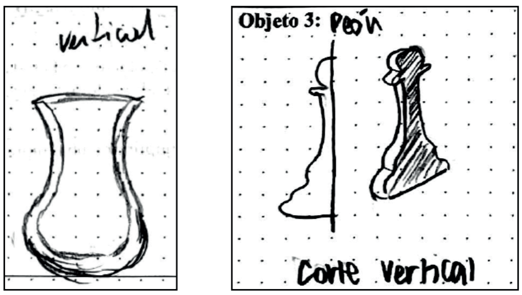
Fuente: elaboración propia.

En cuanto al corte vertical, también se observaron tres tipos de producciones. En primer lugar, el 28,6% de los estudiantes dibujó el objeto cortado a la mitad y lo representó en dos partes separadas. La habilidad evidenciada en este caso es la *conservación de la percepción*, puesto que los estudiantes mantuvieron las propiedades esenciales del objeto tras el corte.

Por otro lado, el 21,4% representó el objeto cortado desde un único punto de vista, frontal o superior. Estas producciones se asocian con la habilidad de *reconocimiento de características según la orientación*, ya que los estudiantes representaron el corte en función de la posición del objeto.

Finalmente, el 50% de los estudiantes dibujó el objeto cortado desde un punto de vista frontal o superior, incorporando características internas, como el grosor y/o el espacio vacío presente en algunos objetos. En este caso, se evidencia la habilidad de *reconocimiento de relaciones espaciales*, dado que los estudiantes establecieron una relación entre el modelo y el objeto físico a partir de propiedades internas que complementan la representación externa (figura 13).

Figura 13. Respuesta que evidencia la habilidad de *reconocimiento de relaciones espaciales.*



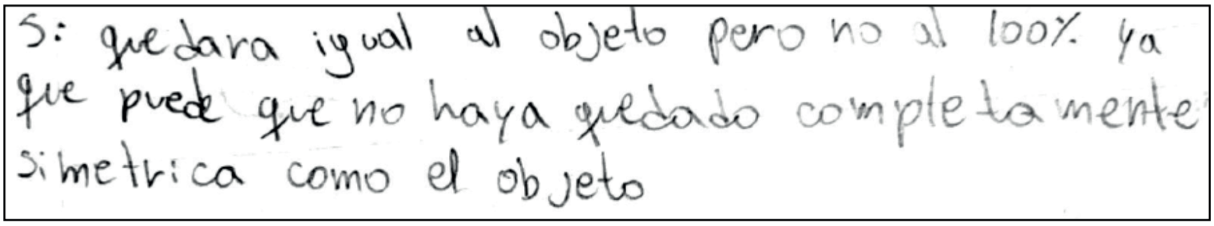
Fuente: elaboración propia.

5.5 Momento 5

En esta etapa de la actividad, se esperaba que los estudiantes compararan los modelos 3D creados en GeoGebra con los objetos físicos, identificando semejanzas y diferencias entre ambos, así como dando respuesta a las preguntas: “Si su representación se manda a imprimir en una impresora 3D, ¿quedará igual al objeto real? ¿Por qué?”.

En el caso de las respuestas afirmativas, se identifican cuatro tipos de argumentación. Un 44,4% señaló que sus producciones eran similares al objeto físico, aunque no exactamente iguales, destacando la posibilidad de replicarlos en una impresora 3D. Este tipo de producciones manifiesta la habilidad de *discriminación visual*, ya que al comparar ambos objetos establecen semejanzas. Por otro lado, un 11,1% planteó que sus producciones podían parecerse al objeto físico, pero no al 100%, pues dudaban de la simetría de sus modelos en comparación con el objeto real. Este tipo de producciones manifiesta la habilidad de *reconocimiento de relaciones espaciales*, al identificar que una característica interna relevante (la simetría) podría no estar lograda (figura 14). Otro 11,1% mencionó que sus representaciones quedarían iguales al objeto si se imprimieran en 3D, dado que comparten una estructura similar. En este caso, la habilidad manifestada nuevamente corresponde a la *discriminación visual*, al establecer semejanzas estructurales entre ambos. Finalmente, el 33,3% de los estudiantes que entregaron respuestas positivas no justificaron su elección, por lo que no es posible determinar una habilidad en sus producciones.

Figura 14. Respuesta que evidencia la habilidad de *reconocimiento de relaciones espaciales.*

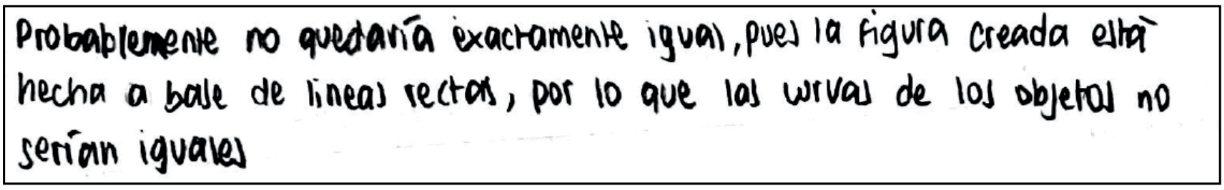

Si: quedara igual al objeto pero no al 100% ya que puede que no haya quedado completamente simetrica como el objeto

"Si quedara igual al objeto pero no al 100% ya que puede que no haya quedado completamente simétrica como el objeto".

Fuente: elaboración propia.

En cuanto a las respuestas negativas, se identifican tres tipos. El 50% de los estudiantes consideró que sus modelos no quedarían iguales al objeto físico si se imprimieran en 3D, ya que requerían más detalles, lo que evidencia *discriminación visual* al comparar el objeto real con el modelo realizado. Por otra parte, un 25% señaló que sus modelos no serían fieles al objeto porque las figuras 2D utilizadas estaban compuestas por rectas, lo que impide representar objetos curvos. En este caso, se manifiestan tanto la habilidad de *discriminación visual*, al identificar diferencias entre modelo y objeto, como el *reconocimiento de relaciones espaciales*, al vincular las limitaciones de la figura base con el resultado tridimensional (figura 15). Finalmente, un 25% indicó que sus modelos no quedarían iguales porque "no les salieron bien"; aun así, se reconoce la *discriminación visual*, pues lograron establecer diferencias entre su producción y el objeto real.

Figura 15. Respuesta que evidencia las habilidades de *discriminación visual* y *reconocimiento de relaciones espaciales.*


Probablemente no quedaría exactamente igual, pues la figura creada está hecha a base de líneas rectas, por lo que las curvas de los objetos no serían iguales

"Probablemente no quedaría exactamente igual, pues la figura creada está hecha a base de líneas rectas, por lo que las curvas de los objetos no serían iguales".

Fuente: elaboración propia.

5.6 Momento 6

En este momento, los estudiantes debieron comparar sus representaciones mentales iniciales con los resultados obtenidos en GeoGebra. Para ello, se planteó la pregunta: "Compara las representaciones que realizaste al inicio y las representaciones finales realizadas en GeoGebra. La representación resultante, ¿es lo que imaginaste al inicio? ¿Qué similitudes y diferencias tiene esta representación con la inicial?".

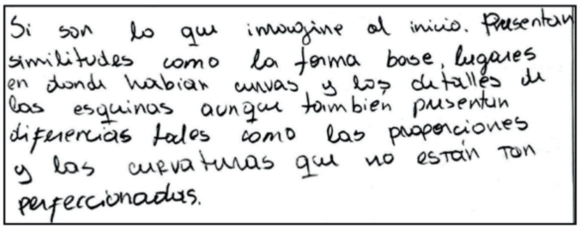
Para ello, se identificaron cuatro tipos de respuestas. En primer lugar, un 35,7% respondió a la primera pregunta, contrastando si lo imaginado al inicio coincidía o no con lo obtenido al final. La habilidad manifestada en este caso es la *discriminación visual*, ya que los estudiantes comparan lo proyectado mentalmente con el resultado logrado.

En segundo lugar, otro 35,7% respondió a la segunda pregunta, describiendo similitudes y diferencias entre la representación inicial y la final. También aquí se observa *discriminación visual*, pues los estudiantes declaran semejanzas y diferencias entre sus producciones.

En tercer lugar, un 14,3% respondió a ambas preguntas. Estos estudiantes afirmaron que la representación obtenida coincidía con lo imaginado al inicio, y al señalar similitudes y diferencias hicieron referencia a características internas del objeto, relacionándolas con el modelo final. Por ello, en estas producciones se evidencian tanto la *discriminación visual* como el *reconocimiento de relaciones espaciales* (figura 16).

Finalmente, un 14,3% del estudiantado no entregó respuesta.

Figura 16. Respuesta que evidencia las habilidades de *discriminación visual* y *reconocimiento de relaciones espaciales*.


Si son lo que imagine al inicio. Presentan similitudes como la forma base, lugares en donde habian curvas y los detalles de las esquinas aunque tambien presentan diferencias tales como las proporciones y las curvaturas que no estan tan perfeccionadas.

"Sí son lo que imaginé al inicio. Presentan similitudes como la forma base, lugares en donde había curvas y los detalles de las esquinas aunque también presentan diferencias tales como

Fuente: elaboración propia.

6. Conclusiones

La investigación mostró que al modelar situaciones que involucran la reproducción de objetos geométricos, emergen habilidades asociadas a la visualización, las cuales se manifiestan en los distintos momentos del ciclo de modelación matemática. En la tabla 1 se presenta un resumen de las habilidades evidenciadas en cada momento del proceso de modelación.

Tabla 1. Resumen de las habilidades predominantes en los momentos de la situación.

Momento	Ident. visual	Conservación percepción	Rec. caráct. según orientación	Rec. relaciones espaciales	Disc. visual	Memoria visual	Despl. visual
1							
2							
3							
4							
5							
6							

Fuente: elaboración propia.

Se destaca que la habilidad más recurrente durante toda la tarea fue el *reconocimiento de relaciones espaciales*, dado que los estudiantes constantemente compararon el modelo construido con el objeto físico, atendiendo a aspectos como la simetría, la curvatura, el espacio vacío, la densidad del objeto y el contorno. Asimismo, las habilidades de *conservación de la percepción* y *reconocimiento de características según la orientación* se manifestaron principalmente hasta el momento del trabajo matemático. Esto se explica porque, al construir los modelos, los estudiantes debían considerar que la figura 2D generara un sólido que conservara las propiedades del objeto original y que dichas propiedades se mantuvieran sin importar la orientación desde la cual fuese observado.

Por otro lado, la *memoria mental* no se evidenció en el trabajo con la tarea de modelación, lo cual se atribuye a la naturaleza de la situación, ya que los objetos físicos estuvieron presentes en todo momento, eliminando la necesidad de recordarlos para trabajar con ellos.

En relación con el proceso del ciclo de modelación, se observa que la *validación* fue un aspecto clave, puesto que los estudiantes recurrieron de manera constante a la comparación entre sus modelos y los objetos físicos para asegurar la fidelidad de la representación. Además, se identificó que los momentos del ciclo de modelación no estuvieron claramente delimitados; en ocasiones, la *simplificación* (se comienza a seleccionar los elementos esenciales para recrear el objeto) y la *matematización* (iniciar el proceso de recrear el objeto en el programa GeoGebra) ocurrieron de forma simultánea, lo que otorga dinamismo al proceso y lo aleja de una estructura lineal.

Finalmente, es importante señalar la relevancia de continuar investigando en torno a la didáctica de la matemática y el aprovechamiento de los planes de profundización del currículo nacional. En este caso, la tarea se diseñó para ser implementada en el plan de profundización Geometría 3D, precisamente por la limitada variedad de actividades propuestas en el currículo oficial. Se espera que, en el futuro, se potencien las oportunidades que brindan estos nuevos planes mediante tareas diseñadas desde una perspectiva didáctica.

7. Agradecimientos

Esta investigación se llevó a cabo con el financiamiento de la Beca de Magíster en Chile para Profesionales de la Educación (años académicos 2022/2023, folio N.° 50220071) y del proyecto Fondecyt Regular N.° 11200169: "Ambientes digitales de aprendizaje. Modelación y desarrollo del conocimiento pedagógico del contenido y la tecnología en la formación de futuros profesores de matemáticas". Asimismo, el estudio se enmarca en dicho proyecto Fondecyt y fue aprobada por el Comité de Bioética y Bioseguridad de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso con el Código BIOPUCV-H 370-2020 el 28 de octubre del año 2020.

8. Referencias bibliográficas

Andrade, M. y Montecino, A. (2011). La problemática de la tridimensionalidad y su representación en el plano. En Ruiz, A. y Mancera, E. (eds.), *Actas de la Conferencia Interamericana de Educación Matemática (CIAEM – IACME).* Universidad Federal de Pernambuco.

Arcavi, A. (2003). The Role of Visual Representations in the Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *52*(3), 215-241. https://www.jstor.org/stable/3483015

Bishop, A. (1989). Review of research on visualization in mathematics education. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, *11*(1), 7-16.

Blanco, T., Diego-Mantecón, J. y Sequeiros, P. (2019). Procesos de Visualización en una Tarea de Generación y Representación de Cuerpos de Revolución. *Bolema: Boletim De Educação Matemática*, *33*(64), 768-789. https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a16

Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68072-9

Del Grande, J. (1987). Spatial perception and primary geometry. En NCTM (ed.), *Learning and teaching geometry, K-12* (pp. 126-135). NCTM.

Escrivà, M., Jaime, A. y Gutiérrez, A. (2021). Uso de software 3D para el desarrollo de habilidades de visualización en Educación Primaria. *Educación Matemática en la Infancia, 7*(1), 42-62. https://doi.org/10.24197/edmain.1.2018.42-62

Esquivel, A. (2018). *Propuesta didáctica para fortalecer la habilidad de abstracción en el aprendizaje de sólidos geométricos con estudiantes de grado noveno* [Tesis de maestría no publicada]. Universidad Nacional de Colombia, Sede Manizales.

Fachrudin, A. D. y Juniati, D. (2023). Kinds of Mathematical Thinking Addressed in Geometry Research in Schools: A Systematic Review. *Jurnal Riset Pendidikan Dan Inovasi Pembelajaran Matematika (JRPIPM)*, *6*(2), 154-165. https://doi.org/10.26740/jrpipm.v6n2.p154-165

Fernández, T. (2013). La investigación en visualización y razonamiento espacial. Pasado, presente y futuro. En Berciano, A., Gutiérrez, G., Estepa, A. y Climent, N. (eds.), *Actas de Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 19-42). SEIEM.

Fujita, T., Kondo, Y., Kumakura, H. y Kunimune, S. (2017). Students' geometric thinking with cube representations: assessment framework and empirical evidence. *The Journal of Mathematical Behavior*, *46*, 96-111. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.03.003

Greefrath, G., Hertleif, C. y Siller, H. (2018). Mathematical modelling with digital tools -a quantitative study on mathematising with dynamic geometry software. *ZDM, 50,* 233-244. https://doi.org/10.1007/s11858-018-0924-6

Guerrero-Ortiz, C. (2021). Modelación y tecnología como parte del conocimiento del futuro profesor de matemáticas. En Guerrero-Ortiz, C. *et al*. (ed.), *Aportes a la práctica docente desde la didáctica de la matemática: Modelación matemática* (pp 21-47). Graó.

Guerrero-Ortiz, C. y Camacho-Machín, M. (2022). Characterizing Tasks for Teaching Mathematics in Dynamic Geometry System and Modelling Environments. *Mathematics*, *10*(8), 1-20. https://doi.org/10.3390/math10081239

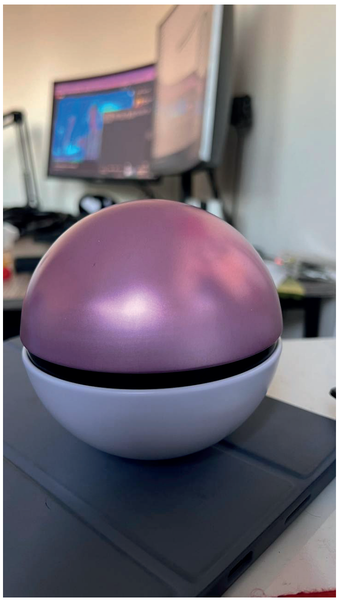
Gutiérrez, A. (1996). Visualization in 3-dimensional geometry: in search of a framework. En Puig, L. y Gutiérrez, A. (eds.), *Proceedings of the 20th International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 3-19). PME.

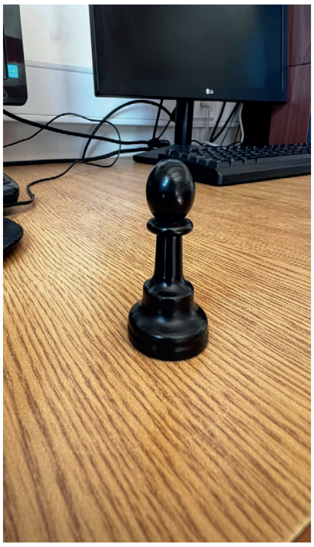
Gutiérrez, H., Aristizabal, J. y Rincón, J. (2020). Procesos de visualización en la resolución de problemas de matemáticas en el nivel de básica primaria apoyados en ambientes de aprendizaje mediados por TIC. *Sophia, 16*(1), 120-132. https://doi.org/10.18634/sophiaj.16v.1i.975

Ministerio de Educación de Chile. (2021). *Programa de Estudio: 3° y 4° Medio: Formación Diferenciada: Matemática: Geometría 3D. Unidad de Currículum y Evaluación.* https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-140147_programa.pdf

Pittalis, M., Mousoulides, N. y Andreou, A. (2009). Construction of dynamic visual images of 3D Geometry shapes. En Bardini, C., Fortin, P., Oldknow, A. y Vagost, D. (eds.), *Actas de Proceedings of the 9th International Conference on Technology in Mathematics Teaching*. University of Cyprus.

9. Anexo 1: Objetos para representar

Objeto 1: Pokebola	Objeto 2: Copa	Objeto 3: Remedio
		

Objeto 4: Peón de ajedrez	Objeto 5: Jarrón
	

Fuente: elaboración propia.

Quiroz-Vega, C. (2025). Desarrollo de habilidades de visualización en la enseñanza y modelación de sólidos de revolución. *UCMaule, 69*, julio-diciembre, 139-164. DOI: https://doi.org/10.29035/ucmaule.69.139

UCMAULE

REVISTA ACADÉMICA

Talca, Chile, julio-diciembre, 2025. N° 69. I.S.S.N: 0719-9872

Recopilado: 12-05-2025 | Aceptado: 27-10-2025 | Publicado: 20-12-2025

DESARROLLO DE LA COMPETENCIA DE MODELACIÓN MATEMÁTICA EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO BÁSICO A PARTIR DE UN FENÓMENO ASTRONÓMICO

DEVELOPING MATHEMATICAL MODELING COMPETENCE IN SEVENTH-GRADE STUDENTS THROUGH THE EXPLORATION OF AN ASTRONOMICAL PHENOMENON

ESTUDIO

MILCA OBREGÓN VALDEBENITO
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Valparaíso, Chile
milca.obregon.v@gmail.com
ORCID: 0009-0008-3004-959X

Resumen

En los últimos años, diversas investigaciones han evidenciado deficiencias significativas en el desarrollo de la competencia de modelación matemática en contextos escolares. La limitada consolidación de esta competencia matemática ha puesto en evidencia las dificultades que presentan los estudiantes para relacionar fenómenos del mundo real y la matemática. En este estudio, se presentan los resultados de una investigación centrada en caracterizar las subcompetencias de modelación matemática que emergen en estudiantes de séptimo año básico (11 y 12 años), al realizar una tarea de modelación matemática relacionada con un fenómeno astronómico. Para ello, se utiliza la modelación matemática como marco de referencia para analizar los procesos de modelación que llevan a cabo los estudiantes, donde el enfoque metodológico es de carácter cualitativo. Los resultados muestran el desarrollo de la competencia de modelación matemática a partir de la identificación de subcompetencias que emergen al transitar por las fases del ciclo de modelación cuando los estudiantes modelan el ciclo lunar para comprender la relación existente entre la superficie iluminada de la luna y los momentos en que orbita alrededor de la Tierra.

Palabras clave: Modelación matemática, subcompetencias de modelación matemática, ciclo lunar.

Abstract

In last few years, various studies have highlighted significant deficiencies in the development of mathematical modeling competence in school contexts. The lack of acquisition of this mathematical competence has revealed the difficulties students face relating real-world phenomena to mathematics. This study presents the results of an investigation aimed at characterizing the sub-competencies of mathematical modeling that emerge in seventh-grade students (11 and 12 years old) as they engage in a modeling task related to an astronomical phenomenon. To this end, mathematical modeling is used as the theoretical framework to analyze the modeling processes carried out by the students, with a qualitative methodological approach. The results demonstrate the development of mathematical modeling competence through the identification of sub-competencies that emerge as students' progress through the phases of the modeling cycle when modeling the lunar cycle, allowing them to understand the relationship between the illuminated surface of the Moon and the moments in which it orbits the Earth.

Keywords: Mathematical modeling, sub-competencies of mathematical modeling, lunar cycle.

1. Introducción y antecedentes

En las últimas décadas, ha aumentado el interés por incorporar a la Modelación Matemática (MM) en las aulas como una forma de mejorar la formación matemática en los estudiantes y la educación científica de la ciudadanía (Solar *et al*., 2023). Diversos investigadores han coincidido en que la MM es una competencia importante por desarrollar en todos los niveles de enseñanza (Borromeo-Ferri, 2018), ya que facilita la comprensión del papel de la matemática y su utilidad en la sociedad.

Para ello, se ha señalado que es clave capacitar al profesorado en la elaboración de tareas que involucren procesos de modelación, con el fin de que los estudiantes logren analizar y construir modelos matemáticos en diferentes contextos (Niss y Højgaard, 2019).

La MM se caracteriza por representar un proceso que comienza en la conceptualización de una situación o problema de la realidad y se relaciona con el mundo de las matemáticas (Blum *et al*., 2007). Todo esto implica que se reconozca en la modelación la capacidad de acercar a los estudiantes a su propia realidad, facilitando la comprensión de fenómenos del mundo real (Biembengut y Hein, 2004).

La literatura evidencia que la MM puede ser vista desde dos perspectivas: como un medio para favorecer el aprendizaje de contenidos matemáticos o como un fin que se busca desarrollar (Niss y Blum, 2020). Diversos autores, como Villa-Ochoa (2007) y Trigueros (2009), destacan en ella la posibilidad de propiciar espacios para la construcción de conceptos matemáticos. Asimismo, Blum y Borromeo-Ferri (2009) sostienen que la MM constituye una de las competencias fundamentales que deben desarrollarse en la educación, cuyo tratamiento implica la comprensión de fenómenos del mundo real, la construcción de conceptos matemáticos y el desarrollo de otras habilidades matemáticas.

No obstante, investigaciones recientes evidencian que los estudiantes aún presentan dificultades significativas en el desarrollo de esta competencia, atribuibles, por una parte, al desconocimiento del profesorado sobre cómo incorporarla en el aula (Ramos y González, 2021) y, por otra, a la escasa articulación entre los conocimientos matemáticos escolares y su aplicación en la vida cotidiana (Soto, 2020).

En concordancia con lo anterior, evaluaciones internacionales como el Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes (PISA) muestran que las habilidades que el Ministerio de Educación de Chile (Mineduc) propone en el currículo de matemáticas, entre ellas, la MM, no logran consolidarse en los estudiantes. En la última aplicación de la prueba, realizada en el año 2022, solo el 0,6% de los estudiantes alcanzó niveles altos de desempeño en el desarrollo de competencias matemáticas, incluida la MM, mientras que un 55,7% no logró superar los niveles más bajos (Agencia de la Calidad de la Educación, 2023).

Ahora bien, estudios como los de Manchingura (2020) y Sáez *et al*. (2021) atribuyen la limitada consolidación de la competencia de MM a las dificultades que enfrentan los estudiantes para desarrollar los procesos de modelación en tareas de modelación. Dichas dificultades se evidencian tanto en la capacidad de transitar entre la realidad y la matemática como en la construcción de modelos matemáticos que representen el contexto dado.

Estos antecedentes ponen de relieve la necesidad de profundizar en el estudio de los procesos de MM que desarrollan los estudiantes al enfrentarse a tareas de modelación, con el propósito de identificar el nivel de desarrollo alcanzado de esta competencia matemática. En el marco del presente estudio, dichos procesos se entenderán como subcompetencias de modelación, que, al ser fortalecidas conjuntamente, desarrollarán la competencia de MM (Niss y Blum, 2020).

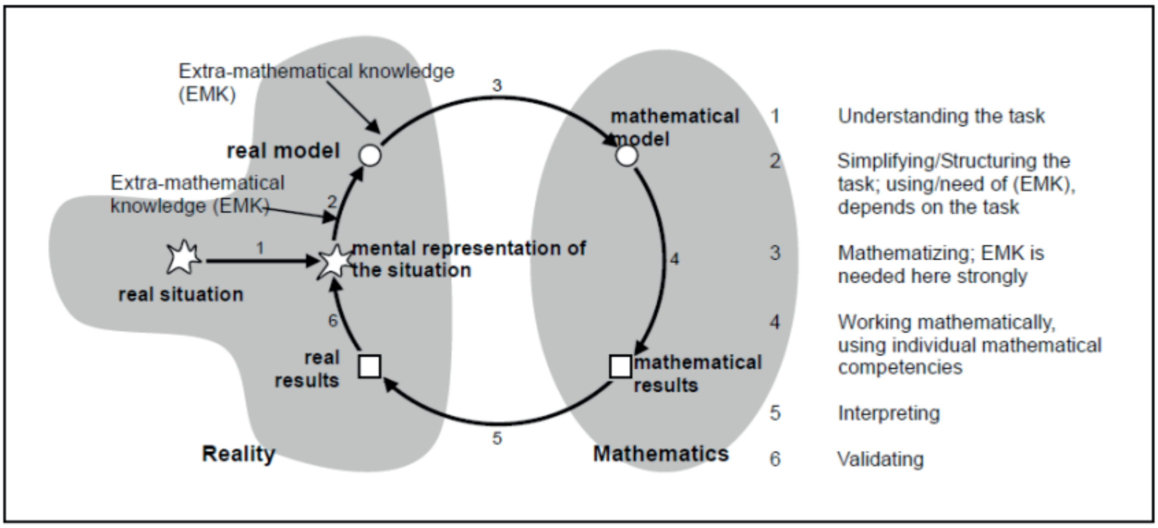
En consecuencia, esta investigación busca responder la siguiente pregunta: ¿qué subcompetencias, que desarrollan la competencia de MM, ponen en juego estudiantes de séptimo básico (11 y 12 años) al resolver una tarea de MM centrada en un fenómeno astronómico? En coherencia con ello, el objetivo de investigación será caracterizar las subcompetencias de MM que emergen en estudiantes de séptimo año básico (11 y 12 años), al realizar una tarea de modelación relacionada con un fenómeno astronómico.

2. Marco de referencia

Para esta investigación se consideró trabajar bajo la perspectiva cognitiva de modelación, ya que permite analizar los procesos cognitivos involucrados en la MM. El ciclo de modelación propuesto por Borromeo-Ferri (2006) permite examinar la producción realizada desde un punto de vista cognitivo, pues estudia las rutas del proceso de MM generadas por el estudiante al enfrentarse a una tarea de modelación. Por lo tanto, la elección de este modelo resulta propicio para llevar a cabo la caracterización del trabajo de los estudiantes.

Según Borromeo-Ferri (2006), el ciclo de modelación se compone de seis fases (ver figura 1).

Figura 1. Ciclo de modelación bajo la perspectiva cognitiva.



Fuente: Borromeo-Ferri (2006, p. 46).

A continuación, se describen las fases del ciclo:

a. Comprensión de la tarea: transición de la situación real a su representación mental (MRS). Es el primer acercamiento a la situación de modelación, en la cual esta debe ser comprendida por el individuo.

b. Simplificación: transición de la MRS al modelo real. En ella, se comienza a idealizar la situación, descartando variables externas.

c. Matematización: transición del modelo real al modelo matemático. En ella, se constituyen los modelos matemáticos de la situación.

d. Trabajo Matemático: transición del modelo matemático a los resultados matemáticos. En ella, se comienza a trabajar con los modelos considerados en la etapa de Matematización, utilizando las competencias matemáticas del individuo.

e. Interpretación: tránsito entre los resultados matemáticos y los resultados reales. Se analizan y comparan los resultados matemáticos obtenidos con el modelo real.

f. Validación: transición entre los resultados reales y la representación mental de la situación, evidenciando la correspondencia entre ambos. Se diferencian dos maneras distintas de validación.

El ciclo conceptualiza la MM como un proceso de traducción entre el mundo extramatemático y el intramatemático, donde se transita por las fases varias veces o solo una vez, enfocándose en una determinada fase o ignorando otras (Borromeo-Ferri, 2010). Es un proceso dinámico y no necesariamente lineal, lo que permite identificar tanto los avances como los obstáculos cognitivos que emergen durante el tránsito entre las fases. Al tratarse de un proceso de naturaleza cognitiva, su análisis se basa en las expresiones verbales y las representaciones externas producidas por los estudiantes, lo que posibilita reconstruir la ruta de modelación (Borromeo-Ferri, 2006).

Este modelo no solo permite estructurar el proceso de modelación, sino también identificar las barreras cognitivas que pueden emerger durante su desarrollo, especialmente en las fases finales de Interpretación y Validación, las cuales resultan fundamentales para desarrollar la competencia de MM. Por lo tanto, este modelo puede utilizarse como un instrumento adecuado para analizar los procesos cognitivos del estudiante, permitiendo reconocer las subcompetencias que emergen al modelar una situación dada (Blomhøj, 2009).

2.1 Competencia de modelación matemática

La competencia de MM se comprende como la capacidad de llevar a cabo el ciclo completo de modelación en una variedad de contextos y situaciones (Niss y Blum, 2020). Estos procesos se representan mediante un ciclo de modelación, y la capacidad de ejecutar cada fase constituye una subcompetencia de MM (Maaß, 2006).

Autores como Maaß (2006) y Greefrath (2015) han destacado que la competencia de MM se estructura a partir de subcompetencias de MM, las cuales corresponden a la capacidad de transitar por cada fase del ciclo de modelación. En este sentido, el ciclo de modelación constituye un marco analítico que posibilita caracterizar los procesos cognitivos y matemáticos movilizados por los estudiantes al enfrentar tareas contextualizadas.

En el marco de este estudio, las fases del ciclo de modelación propuesto por Borromeo-Ferri (2006) se consideran equivalentes a las subcomptencias de MM, dado que cada una representa una capacidad específica (Comprender, Simplificar, Matematizar, Trabajar Matemáticamente, Interpretar y Validar) que, en conjunto, configuran la competencia de MM.

3. Metodología

En esta investigación, la competencia de MM se concibe como la capacidad de construir modelos matemáticos a partir de situaciones contextualizadas. Para su análisis, se adoptó el ciclo de modelación de Borromeo-Ferri (2006) como estrategia metodológica, ya que permite evaluar cualitativamente dicha competencia a partir del tránsito entre sus fases, entendidas como un conjunto de subcompetencias para modelar. En coherencia con este enfoque, el diseño metodológico de la investigación fue de carácter cualitativo e interpretativo, orientado a caracterizar las subcompetencias de MM que emergieron cuando los estudiantes se enfrentaron a la tarea de modelación.

El estudio se desarrolló en una escuela municipal de enseñanza básica en Chile, con estudiantes entre 12 a 13 años, pertenecientes a séptimo año básico. En total participaron 26 estudiantes, organizados en nueve grupos (G1-G9) de dos a cuatro integrantes, conformando unidades de trabajo colaborativo. La unidad de análisis correspondió a las producciones grupales escritas durante la resolución de la tarea, las cuales constituyeron la base empírica para identificar las subcompetencias desarrolladas.

El instrumento de recolección de datos consistió en una tarea escrita de MM, diseñada en torno al fenómeno astronómico del ciclo lunar. El análisis de los procesos de MM desarrollados por los estudiantes permitió determinar su capacidad de transitar por las fases del ciclo y, con ello, evidenciar las subcompetencias presentes de la competencia de MM.

El procedimiento de análisis se llevó a cabo mediante una categorización cualitativa de las producciones grupales. Cada fase del ciclo de modelación se operacionalizó como una categoría analítica, definiéndose descriptores específicos que permitieron identificar tanto el tránsito cognitivo de los estudiantes como los elementos matemáticos movilizados (ver tabla 1). La codificación inicial fue realizada de manera independiente por la investigadora, y posteriormente revisada y discutida por especialistas en didáctica de las matemáticas, lo que aseguró la coherencia y consistencia interpretativa.

Asimismo, los resultados fueron confrontados con la literatura previa en el campo de la MM, con el propósito de evaluar la pertinencia de las interpretaciones, y se triangularon con notas de campo recogidas durante la implementación de la tarea, lo que aportó un marco interpretativo complementario que enriqueció la consistencia analítica del estudio.

3.1 Consideraciones éticas

Esta investigación se desarrolló conforme a los principios éticos establecidos por la legislación chilena vigente (Ley N.° 20.120) y las orientaciones éticas de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. La participación de los estudiantes fue voluntaria, bajo consentimiento informado y firmado por sus padres y apoderados, garantizándose en todo momento la confidencialidad y el anonimato de las producciones analizadas, resguardando la integridad de los participantes. Asimismo, la investigación fue autorizada por la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, en el marco de la tesis del Programa de Magíster en Didáctica de la Matemática (2022-2023), asegurando el cumplimiento de los estándares institucionales y académicos correspondientes.

3.2 Categorías de análisis

Para el levantamiento de categorías de análisis, las subcompetencias de MM se operacionalizaron directamente a partir de las fases del ciclo de Borromeo-Ferri (2006), de manera que cada fase del ciclo constituyó una categoría analítica, donde se definieron descriptores específicos asociados, tanto al tránsito cognitivo de los estudiantes como a la matemática involucrada.

En la tabla 1 se muestran las categorías de análisis, entendidas como las etapas del proceso de MM que definen las subcompetencias de la modelación, en función de las preguntas de la tarea de modelación.

Tabla 1. Categorías de análisis.

Pregunta	Categoría	Descriptor
Con lo que acabamos de observar (video fases lunares), ¿qué podríamos preguntarnos acerca de la luna?	Comprensión de la situación (C)	Transición de la situación real a su representación mental (MRS). Los estudiantes formulan preguntas que se pueden investigar acerca de la luna por medio de la observación o conocimientos previos.
¿Cuál de estas preguntas puede ser resuelta desde la matemática? Construyan un modelo que permita observar la situación	Simplificación (S)	Transición de la MRS al modelo real. Los estudiantes identifican si las preguntas formuladas pueden ser respondidas desde la matemática, identificando variables involucradas; además construyen un modelo que les permite observar la situación planteada.
¿De qué manera pueden responder a la pregunta que seleccionaron?	Matematización (M)	Transición del modelo real al modelo matemático. Los estudiantes identifican las estrategias para dar con la solución a su pregunta, como uso de proporciones, relaciones geométricas, fracciones y/o porcentajes.
Resuelvan considerando el modelo construido y el conocimiento matemático de todos	Trabajo Matemático (TM)	Transición del modelo matemático a los resultados matemáticos. Los estudiantes determinan el porcentaje de superficie iluminada de la luna en cada fase del ciclo y la representan de diversas maneras, como en tablas o gráficos.
Escriban la respuesta a la pregunta que seleccionaron	Interpretación (I)	Tránsito entre los resultados matemáticos y los resultados reales. Se analizan y comparan los resultados matemáticos obtenidos con el modelo real. Los estudiantes reconocen y explican la relación existente entre el porcentaje de la superficie iluminada de la luna y el tiempo.
El sábado 14 de octubre habrá luna nueva, ¿creen ustedes que volveremos a tener fase de luna nueva? Si es así, ¿cuándo? Justifiquen	Validación (V)	Transición entre los resultados reales y la representación mental de la situación. Los estudiantes comparan los resultados obtenidos con el fenómeno observado y verifican la coherencia entre el modelo y la realidad. Existe un reconocimiento de periodicidad.

Nota: la tabla presenta las categorías de análisis utilizadas para identificar las subcompetencias de la MM. Estas categorías reflejan las transiciones entre los contextos reales, mentales y matemáticos.

Esta operacionalización permitió que el ciclo de modelación de Borromeo-Ferri (2006) se proyectara directamente en el análisis de las producciones, asegurando que la identificación de subcompetencias estuviera alineada con la teoría y reflejara el tránsito cognitivo de los estudiantes a lo largo del ciclo de modelación. Esto fortaleció la conexión entre el marco de referencia de la MM y la evidencia empírica, aportando solidez metodológica del estudio y claridad interpretativa a los hallazgos.

4. Propuesta didáctica

La propuesta didáctica diseñada para este estudio tiene como propósito que los estudiantes logren comprender un fenómeno del mundo real a través de la MM. El fenómeno abordado para esta actividad es el ciclo lunar, compuesto por diversas fases de la luna que se definen según los cambios aparentes de su porción visible a lo largo de su órbita alrededor de la Tierra.

Por ello, esta propuesta tiene por objetivo que los estudiantes logren modelar el ciclo lunar para comprender la relación entre la superficie iluminada de la luna y los momentos en que orbita alrededor de la Tierra.

5. Análisis de resultados

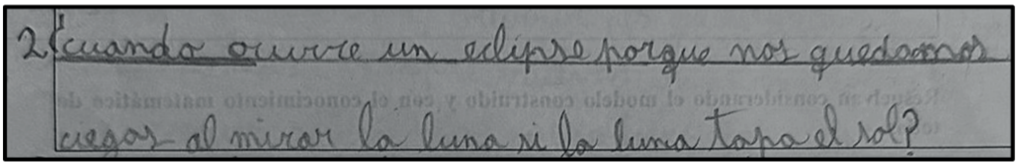
A continuación, se presentan los resultados obtenidos durante la implementación de la tarea de MM en función de las fases del ciclo de MM. Posteriormente se realizará una discusión respecto a ellos.

5.1 Resultados de la categoría C

Durante esta fase, los estudiantes debían plantear problemáticas que quisieran resolver observando un video relacionado a los cambios de posición de la luna respecto a la Tierra y el Sol.

Las respuestas obtenidas por los grupos estuvieron acorde a las estrategias esperadas, sin embargo, los grupos G2, G3, G4, G5, G6 y G9 han propuesto problemáticas que son interesantes de estudiar, pero que no están relacionadas con el video presentado. Aquellas preguntas fueron formuladas considerando solo los conocimientos previos del estudiante respecto a la luna. Un ejemplo representativo de la situación fueron las preguntas del grupo G3 (ver figura 2), quienes han expuesto una pregunta relacionada a los eclipses.

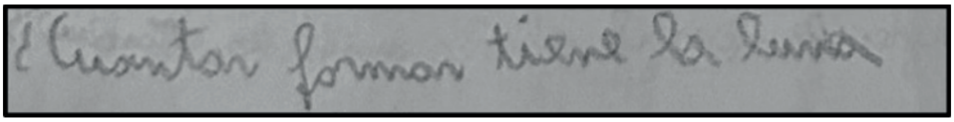
Figura 2. Pregunta 2, grupo G3.


2¿cuando ocurre un eclipse porque nos quedamos
ciegos al mirar la luna si la luna tapa el sol?

Fuente: datos propios.

A pesar de aquello, todos los grupos realizan preguntas alusivas a las fases de la luna y su brillo aparente. En particular, el grupo G8 relaciona estos cambios de luminosidad a las diferentes "formas" que puede tomar la luna (ver figura 3).

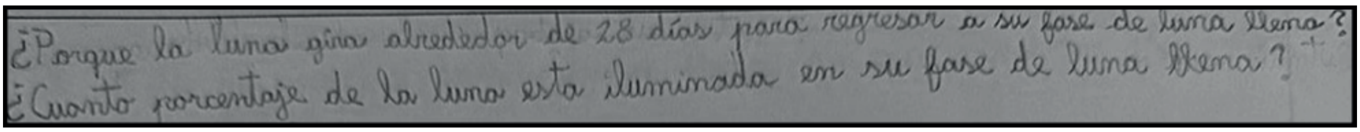
Figura 3. Pregunta 2, grupo G8.


¿Cuantas formas tiene la luna

Fuente: datos propios.

El grupo G3 reconoce estos cambios de brillo como "facetas", asumiendo que son diferentes entre sí (ver figura 4).

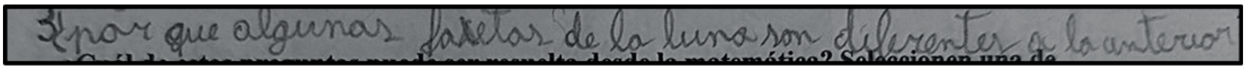
Figura 4. Pregunta 2, grupo G3.


¿Porque la luna gira alrededor de 28 días para regresar a su fase de luna llena?
¿Cuanto porcentaje de la luna esta iluminada en su fase de luna llena?

Fuente: datos propios.

Por otra parte, el grupo G1 agrega en su pregunta el porcentaje como una estrategia para determinar la luminosidad de la luna en la fase de luna llena (ver figura 5).

Figura 5. Pregunta 2, grupo G1.



Fuente: datos propios.

Con las respuestas de los estudiantes, se puede evidenciar que reconocen la existencia de cambios aparentes de la porción visible de la luna y formulan preguntas referentes a ello.

Tras el análisis de las respuestas, se concluye que los estudiantes han logrado transitar desde la situación real a una representación mental de la situación.

5.2 Resultados de la categoría S

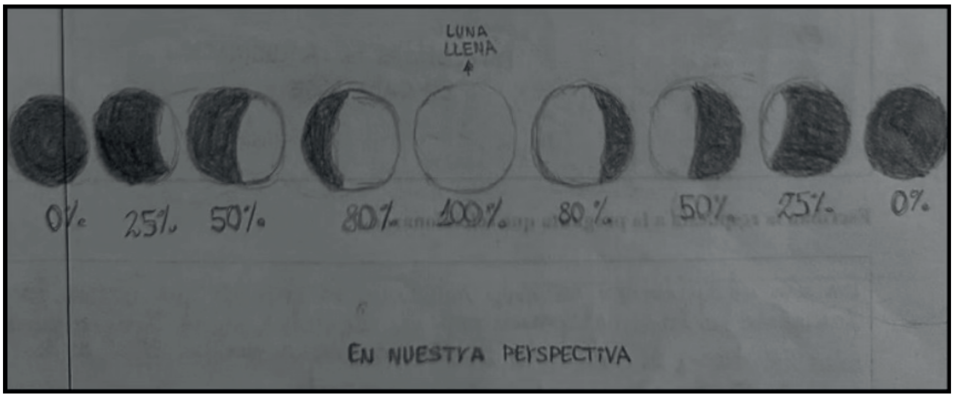
Todos los estudiantes han identificado cuál o cuáles preguntas formuladas en el momento anterior pueden responderse desde la matemática. Los grupos pudieron reconocer elementos matemáticos en sus preguntas que les ayudarían posteriormente a dar respuesta a su problemática.

Una de las respuestas esperadas fue considerada por los estudiantes del grupo G1, al querer calcular el porcentaje de luminosidad de la luna (ver figura 6). Se evidencia la selección de la pregunta, ya que el porcentaje está relacionado directamente como una estrategia matemática que les podría ayudar a resolver su interrogante.

Por otra parte, al pedirles que construyan un modelo real que les permitiera observar la problemática identificada, se esperaban respuestas que representaran las fases de la luna con la finalidad de evidenciar la variación continua de su brillo. Los grupos G1, G8 y G9 construyen modelos que representan el ciclo lunar completo.

A continuación, se muestra el modelo construido por el grupo G1 (ver figura 6), quienes muestran que cada 8 fases, el ciclo lunar vuelve a iniciar en la fase de luna nueva.

Figura 6. Representación de las fases lunares, grupo G1.

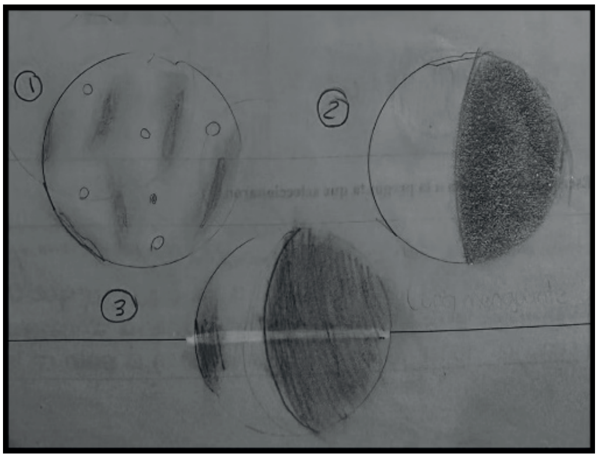


Fuente: datos propios.

Sin embargo, los grupos G2, G3, G4, G5, G6 y G7 realizaron representaciones incompletas del ciclo lunar. En particular, el grupo G6 realizó tres representaciones de las fases de luna alusivas a los cambios aparentes de la porción visible. Se observan fases como la luna llena, luna cuarto menguante y la luna menguante, pero la totalidad de las fases lunares representadas no responden a la representación total del ciclo lunar.

A continuación, se muestra el modelo del ciclo lunar del grupo G6.

Figura 7. Representación de las fases lunares, grupo G6.



Fuente: datos propios.

Por lo tanto, aunque existan modelos incompletos o imprecisos del ciclo lunar, de igual manera ayudan al estudiante a responder a la pregunta seleccionada.

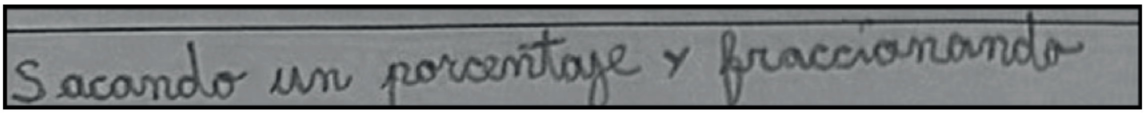
Entonces, se concluye que los estudiantes han logrado transitar desde su representación mental de la situación al modelo real, es decir, construyen un modelo que representa la problemática dada.

5.3 Resultados de la categoría M

Se esperaba que los estudiantes pudieran explicitar las estrategias matemáticas que les ayudaran a resolver la pregunta formulada, tomando en cuenta el modelo construido.

Los grupos G1, G3, G6, G8 y G9 identifican al porcentaje como una estrategia para representar la superficie iluminada de la luna. Por otra parte, los grupos G1, G2, G6 y G8 identifican a las fracciones para determinar la porción iluminada de la luna (ver figura 8). A continuación, se muestra una representativa de ello.

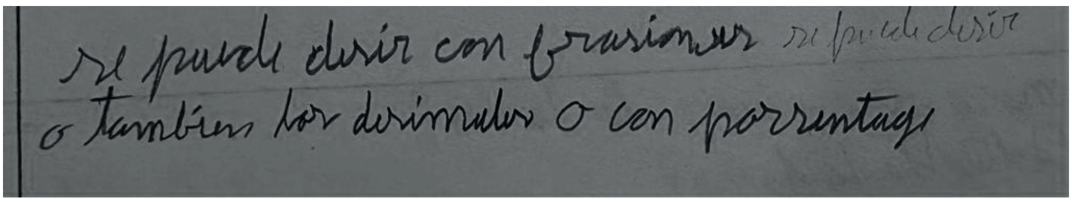
Figura 8. Estrategia matemática, grupo G1.


Sacando un porcentaje y fraccionando

Fuente: datos propios..

Sin embargo, solo el grupo G8 propuso decimales como estrategia para representar el brillo de la luna en cada una de sus fases (ver figura 9).

Figura 9. Estrategia matemática, grupo G8.


se puede desir con frasiones se puede desir
o también los desimales o con porsentaje

Fuente: datos propios.

Por otra parte, los grupos G5 y G7 no responden a la pregunta.

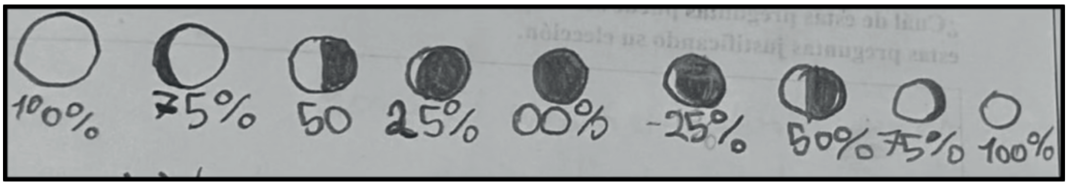
Tras el análisis de las respuestas, se concluye que todos los grupos, exceptuando a los grupos G5 y G7, han logrado transitar desde el modelo real al modelo matemático, debido a que los estudiantes se centran en elementos matemáticos que les ayudarán a responder la problemática planteada, dando paso a la constitución de los modelos matemáticos que representan la situación.

5.4 Resultados de la categoría TM

Durante esta fase, se pretendía que los estudiantes, a partir del modelo construido y la estrategia matemática seleccionada, calcularan la cantidad de luminosidad de la luna de cada fase.

Los grupos G8 y G9 calculan correctamente el porcentaje en cada una de las fases lunares representadas en sus modelos. A continuación, se muestra la producción del grupo G9, quienes representan al ciclo lunar en 8 fases (ver figura 10). El ciclo inicia en la fase de luna llena, disminuyendo 25% en cada etapa hasta llegar a la de luna nueva. Luego, el porcentaje en cada fase aumenta en un 25% hasta llegar nuevamente a la fase de luna llena.

Figura 10. Modelo matemático, grupo G9.

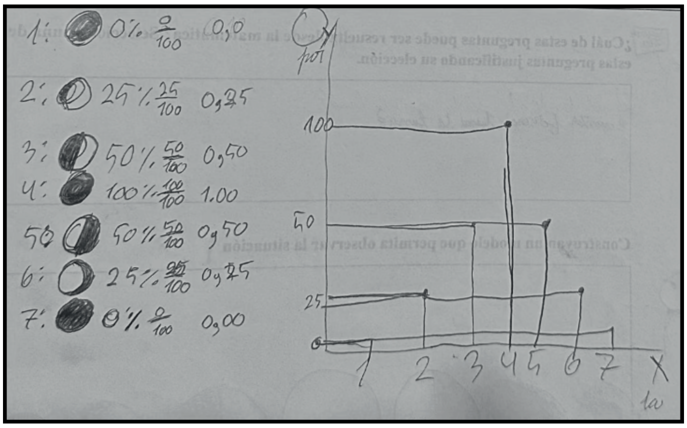


Fuente: datos propios.

A su vez, los grupos G8 y G9 han determinado la porción iluminada de la luna por medio de diferentes registros de representación, que son tabular, gráfica y pictórica. Se evidencia un tránsito entre distintos registros para determinar la porción iluminada de la luna en las fases del ciclo lunar, existiendo una correspondencia entre los modelos matemáticos construidos.

A continuación, se muestra las representaciones del grupo G8.

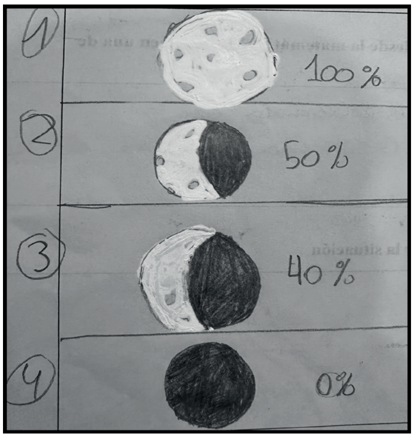
Figura 11. Modelo matemático, grupo G8.



Fuente: datos propios.

Por otro lado, se evidencia que los grupos G1, G2, G3, G4 y G6 no tienen problemas con determinar el porcentaje de representaciones que determinan el 0%, 50% y 100%, sin embargo, cuando deben hallar el porcentaje asociado a representaciones que se encuentran entre dichos porcentajes, lo han hecho basándose solo en la representación pictórica sin dar argumentos matemáticos, como mencionar que la mitad del 50% es el 25% (ver figura 12).

Figura 12. Modelo matemático, grupo G2.



Fuente: datos propios.

A pesar de ello, se concluye que los estudiantes de los grupos G1, G2, G3, G4, G6, G8 y G9 logran transitar desde el modelo matemático a los resultados matemáticos. En cuanto a los grupos G5 y G7, al no haber transitado por la fase de matematización, no se puede considerar que lo han hecho por la fase de trabajo matemático.

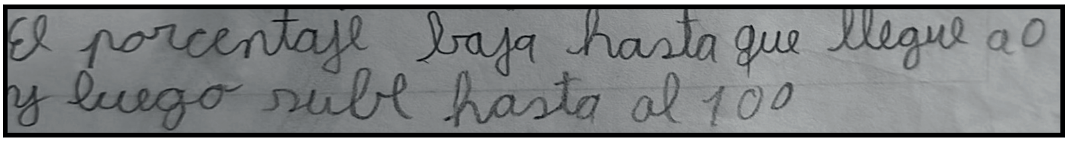
5.5 Resultados de la categoría I

La pregunta asignada en esta categoría tenía como objetivo articular la fase de TM con la fase de I, puesto que los resultados obtenidos en el modelo matemático deben estar en sintonía con el modelo real. En particular, se esperaba que los estudiantes pudieran describir el comportamiento de la luminosidad de la luna en el ciclo lunar utilizando el modelo matemático construido.

Los grupos G1, G8 y G9 describen que el porcentaje de brillo de la luna baja hasta que llegue a 0% y luego sube a 100%. En particular, el grupo G9 ha construido representaciones pictóricas, tabulares y gráficas de esta relación, sin embargo, describen este comportamiento considerando solo la representación pictórica del modelo matemático omitiendo información complementaria de estas representaciones que pueda servir para entender el comportamiento de este fenómeno.

A continuación, se muestra la interpretación del grupo G9.

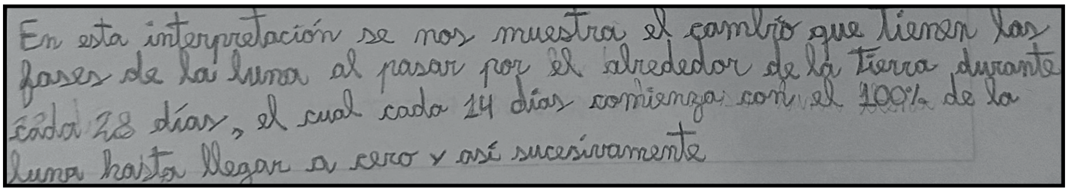
Figura 13. Interpretación de resultados, grupo G9.


El porcentaje baja hasta que llegue a 0
y luego sube hasta al 100

Fuente: datos propios.

En cuanto al grupo G1, al describir los resultados obtenidos validan sus resultados matemáticos con su representación mental del ciclo lunar, explicando que la relación entre el porcentaje de brillo de la luna y el tiempo tiene un comportamiento continuo y periódico (ver figura 14).

Figura 14. Interpretación de resultados, grupo G1.

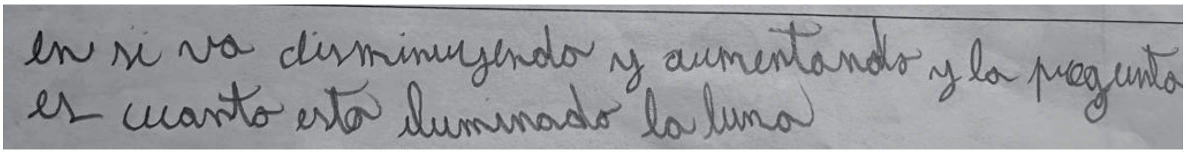

En esta interpretación se nos muestra el cambio que tienen las fases de la luna al pasar por el alrededor de la tierra durante cada 28 días, el cual cada 14 días comienza con el 100% de la luna hasta llegar a cero y así sucesivamente

Fuente: datos propios.

Por otra parte, los grupos G2, G3, G4 y G6 no han transitado por esta fase, pues no hay una correspondencia entre los resultados matemáticos obtenidos y los resultados reales.

El grupo G2 describe esta relación mencionando que va disminuyendo y luego aumentando el porcentaje (ver figura 15), sin embargo, sus resultados matemáticos no responden a dicha descripción (ver figura 10). Además, no verifican si los resultados matemáticos obtenidos se corresponden con el modelo real.

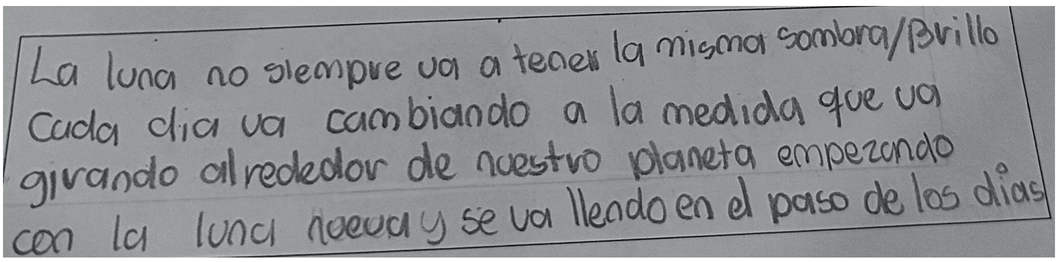
Figura 15. Interpretación de resultados, grupo G2.


en si va disminuyendo y aumentando y la pregunta es cuanto esta iluminado la luna

Fuente: datos propios.

El grupo G6 describe el comportamiento del brillo de la luna basándose en su representación mental de la situación, y no en sus resultados matemáticos obtenidos de su modelo matemático (ver figura 16).

Figura 16. Interpretación de resultados, grupo G6.


La luna no siempre va a tener la misma sombra/Brillo Cada dia va cambiando a la medida que va girando alrededor de nuestro planeta empezando con la luna nueva y se va llendo en el paso de los dias

Fuente: datos propios.

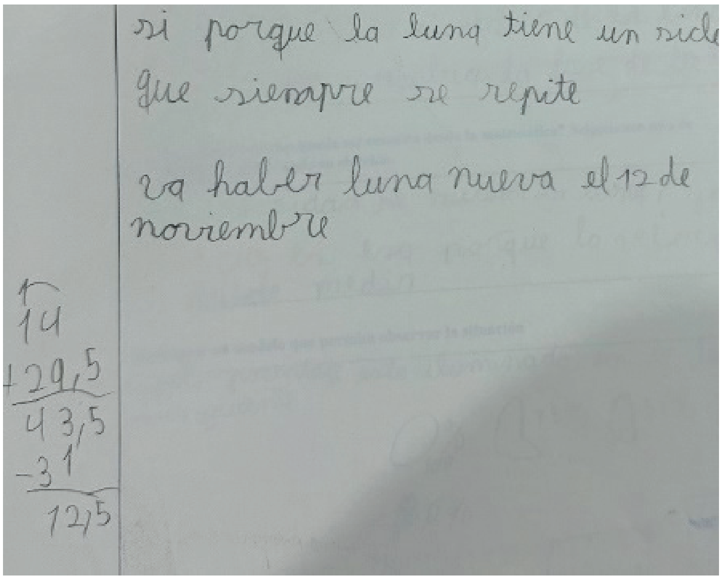
Se aclara que los grupos G5 y G7, al no haber transitado por la fase de trabajo matemático, no se puede considerar que han transitado por la fase de Interpretación.

5.6 Resultados de la categoría V

En esta fase se esperaba que los estudiantes validaran los modelos construidos en base a sus interpretaciones, sin embargo, se ha considerado que, aunque los grupos G1 y G9 han respondido correctamente a la pregunta, esta pudo ser contestada sin tomar en cuenta el modelo construido en las etapas anteriores. Por lo tanto, no se puede determinar si los estudiantes han podido transitar por esta fase.

A continuación, se da a conocer la respuesta del grupo G9, quienes explican que el 12 de noviembre se volverá a tener luna nueva, ya que este fenómeno astronómico es cíclico y ocurre cada 29,5 días.

Figura 17. Interpretación de resultados, grupo G9.



Fuente: datos propios.

6. Discusión de resultados

Los resultados muestran que la mayoría de los grupos lograron un acercamiento efectivo a la situación de modelación propuesta, evidenciado en su capacidad de formular preguntas pertinentes sobre el ciclo lunar y la superficie iluminada de la luna. En este sentido, las fases iniciales del ciclo de modelación fueron transitadas con éxito por la mayoría de los grupos, como se observa en la tabla 2, lo que indica que fueron capaces de transitar de la situación real a una representación mental y posteriormente a un modelo real que reflejara la problemática planteada. Esto coincide con lo propuesto por Niss y Blum (2020), quienes destacan que los estudiantes suelen desenvolverse con más fluidez en las fases iniciales de la modelación en contextos conocidos.

En contraste, las fases de I y V presentan mayores dificultades. Solo los grupos G1, G8 y G9 lograron establecer correspondencias entre los resultados matemáticos y la realidad observada; la mayoría recurrió a representaciones pictóricas o mentales sin articularlas con los modelos matemáticos desarrollados. Además, no se evidenció en ninguno de los grupos una validación de los modelos construidos, lo que indica que, aunque los estudiantes aplicaran herramientas matemáticas y construyan representaciones, no confrontan sus modelos con el fenómeno real. Este hallazgo pone de manifiesto una de las limitaciones señaladas en la literatura por Niss y Blum (2020): la complejidad cognitiva que implica integrar distintos registros de representación y confrontar el modelo con el fenómeno real.

Tabla 2. Tránsito de fase de los grupos a partir del ciclo de modelación de Borromeo-Ferri (2006).

Fases del ciclo de MM	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8	G9
C	x	x	x	x	x	x	x	x	x
S	x	x	x	x	x	x	x	x	x
M	x	x	x	x	o	x	o	x	x
TM	x	x	x	x	o	x	o	x	x
I	x	o	o	o	o	o	o	x	x
V	o	o	o	o	o	o	o	o	o

Nota: el símbolo (x) indica la presencia y (o) la ausencia en el tránsito por cada fase del ciclo de modelación de Borromeo-Ferri (2006) en los grupos de trabajo (G1-G9).

También los resultados muestran una tendencia a priorizar los resultados basándose en modelos pictóricos, sin articular completamente los resultados matemáticos con la situación real. Esta preferencia limitó la transición hacia la validación del modelo. En varios casos, los estudiantes priorizaron sus ideas mentales por sobre la evidencia presentada en el video, lo que muestra la influencia de los conocimientos previos en la construcción de modelos y la necesidad de que el docente intervenga con estrategias que permitan contrastar hipótesis y resultados. Esto confirma la dificultad que tienen los estudiantes para realizar una transición entre el modelo matemático y el real.

De este modo, el estudio evidencia avances en las fases iniciales del ciclo, pero también la necesidad de fortalecer el desarrollo de las fases finales, en coherencia con el modelo de Borromeo-Ferri (2006) y con las orientaciones del currículo nacional vigente.

7. Conclusiones

El objetivo general de esta investigación fue caracterizar las subcompetencias de MM que emergen en los estudiantes al enfrentarse a una tarea de modelación. El análisis realizado permitió dar cumplimiento a este propósito mediante la descripción de los procesos de MM desarrollados por los estudiantes en cada una de las fases del ciclo de Borromeo-Ferri (2006). El uso de este ciclo como marco de referencia no solo ordenó el análisis de los datos, sino que también aportó un criterio sólido para comprender el desarrollo de la competencia de MM en los estudiantes.

En relación con la pregunta de investigación que orientó este estudio se pudo evidenciar que, si bien los estudiantes no presentan dificultades en transitar entre la realidad y la matemática, ni tampoco en la construcción del modelo matemático, sí las enfrentan al realizar los últimos procesos de MM. Los estudiantes son capaces de transitar por las primeras fases del ciclo de modelación, y se ha evidenciado que emergen las subcompetencias de C, S, M y TM, sin embargo, fue difícil que analizaran y compararan los resultados matemáticos obtenidos con el modelo real, demostrando la ausencia de la subcompetencia de I y V. Esto ocasionó que no emergieran la totalidad de las subcompetencias y, por consecuencia, el desarrollo de la competencia de MM.

Estos hallazgos se reflejan en la tabla 3, donde se sintetizan las subcompetencias de MM que emergieron por los distintos grupos durante la realización de la tarea.

Tabla 3. Subcompetencias de MM que emergen en los grupos a partir del ciclo de modelación de Borromeo-Ferri (2006).

Subcompetencias	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8	G9
C	x	x	x	x	x	x	x	x	x
S	x	x	x	x	x	x	x	x	x
M	x	x	x	x	o	x	o	x	x
TM	x	x	x	x	o	x	o	x	x
I	x	o	o	o	o	o	o	x	x
V	o	o	o	o	o	o	o	o	o

Nota: se utiliza (x) para indicar la emergencia de la subcompetencia y (o) para su ausencia en los grupos de trabajo (G1-G9). La información refleja las subcompetencias de MM desarrolladas en los grupos durante el ciclo de modelación propuesto por Borromeo-Ferri (2006).

Desde una perspectiva pedagógica, esta discontinuidad evidencia la necesidad de diseñar nuevas tareas de modelación para el desarrollo específico de subcompetencias que no fueron desarrolladas. Separar el proceso de modelación en etapas es un método que permite producir tareas más adecuadas. En particular, este enfoque permitiría que las subcompetencias se enseñen por separado, desarrollando una competencia de modelación más integral con el tiempo. Por lo tanto, se hace imprescindible investigar acerca de cómo esta competencia de modelación puede ser adquirida por los estudiantes y cómo los profesores pueden intervenir adecuadamente para apoyar estos procesos de aprendizaje.

En relación con la literatura (Blum y Borromeo-Ferri, 2009; Manchingura, 2020; Sáez *et al*., 2021), estos resultados confirman que las mayores dificultades de los estudiantes se encuentran en la articulación entre los modelos matemáticos y la realidad. Asimismo, refuerzan la idea de que la MM no solo implica habilidades de representación o cálculo, sino también competencias cognitivas complejas asociadas a la interpretación y validación de resultados, que requieren mediación docente y diseño de tareas.

En consecuencia, los resultados de este estudio no solo permiten caracterizar las subcompetencias que emergen en los estudiantes, sino que también aportan elementos para el diseño de propuestas didácticas que promuevan un desarrollo más integral de la competencia de MM, especialmente en las fases donde se debe otorgar sentido a los resultados matemáticos y confrontarlos con el fenómeno real.

8. Agradecimientos

Esta investigación se realizó en el marco del programa de Magíster en Didáctica de las Matemáticas, PUCV (2022-2023), gracias al apoyo de la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo (ANID), mediante la Beca de Magíster en Chile para Profesionales de la Educación (folio N.° 50220057).

9. Referencias bibliográficas

Agencia de la Calidad de la Educación. (2023). *Informe nacional PISA 2022: Evaluación internacional de estudiantes tras la pandemia.* Santiago de Chile. Agencia de la Calidad de la Educación.

Biembengut, M. y Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, *16*(2), 105-125.

Blomhøj, M. (2009). Different perspectives in research on the teaching and learning mathematical modelling. *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics. Proceedings from Topics Study Group 21* (pp. 1-18). ICMI.

Blum, W. y Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught and Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, *1*(1), 45-58.

Blum, W., Galbraith, P., Henn, H. y Niss, M. (eds.). (2007). *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1

Borromeo-Ferri, R. (2018). *Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education*. Springer. http://doi.org/10.1007/978-3-319-68072-9

Borromeo-Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM*, *38*(2), 86-95. https://doi.org/10.1007/BF02655883

Greefrath, G., Carreira, S. y Stillman, G. (2023). Advancing Mathematical Modelling and Applications Educational Research and Practice. En Greefrath, G., Carreira, S. y Stillman, G. (eds.), *Advancing and Consolidating Mathematical Modelling: Research from ICME-14* (pp. 3-19). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-27115-1_1

Greefrath, G. (2015). Problem Solving Methods for Mathematical Modelling. En Stillman, G., Blum, W. y Salett Biembengut, M. (eds.), *Mathematical Modelling in Education Research and Practice: Cultural, Social and Cognitive Influences* (pp. 173-183). Springer. http://doi.org/10.1007/978-3-319-18272-8_13

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM–Mathematics Education*, *38*(2), 113-142. http://doi.org/10.1007/BF02655885

Machingura, D. (2020). *Mathematical modelling with simultaneous equations–An analysis of Grade 10 learners' modelling competencies.* [Tesis maestría]. University of the

Western Cape. US.

Niss, M. y Blum, W. (2020). *The Learning and Teaching of Mathematical Modelling*. Routledge. https://doi.org/10.4324/9781315189314

Niss, M. y Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Educational Studies in Mathematics, 102*, 9-28. https://doi.org/10.1007/s10649-019-09903-9

Ramos-Rodríguez, E. y González, D. (2021). Perspectivas y tratamiento de la modelación matemática del profesorado en formación y en ejercicio. En Guerrero-Ortiz, C., Morales-Soto, A. y Ramos-Rodríguez, E. (eds.), *Aportes desde la didáctica de la matemática para investigar, innovar y mejorar en y sobre la práctica docente: Modelación Matemática* (pp. 49-74). Graó.

Sáez, M., Sánchez, M. y Solar-Bezmalinovic, H. (2021). *Una propuesta didáctica para la gestión de una tarea matemática de modelación. UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (62), 1-19.

Solar, H., Ortiz, A., Aravena, M. y Goizueta, M. (2023). Relaciones entre la argumentación y la modelación en el aula de matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *37*, 500-531. http://doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a07

Soto, D. (2020). Diseño de situaciones de modelación. *UCMaule*, *58*, 107-139. https://doi.org/10.29035/ucmaule.58.107

Trigueros, M. (2009). El uso de la Modelación en la Enseñanza de las Matemáticas. *Innovación Educativa,* 9(46), 75-87.

Villa-Ochoa, J. (2007). La modelación como proceso en el aula de matemáticas: un marco de referencia y un ejemplo. *TecnoLógicas, 19*, 63-86. https://doi.org/10.22430/22565337.505

UCMAULE

REVISTA ACADÉMICA

Talca, Chile, julio-diciembre, 2025. N° 69. I.S.S.N: 0719-9872

Recopilado: 30-01-2025 | Aceptado: 26-06-2025 | Publicado: 20-12-2025

DIRECTRICES PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA HISTORIA DESDE UN ENFOQUE CRÍTICO-REFLEXIVO

GUIDELINES FOR TEACHING AND LEARNING HISTORY FROM A CRITICAL-REFLECTIVE APPROACH

ENSAYO

KAREN IVONNE JIMÉNEZ ARREOLA
Universidad Nacional Autónoma de México y Universidad del Valle de México
Ciudad de México, México
kariv.ja@gmail.com
ORCID: 0000-0003-2963-1618

ROXANA LILIAN ARREOLA RICO
Universidad Pedagógica Nacional, Unidad Sur
Ciudad de México, México
roxarreola@yahoo.com.mx
ORCID: 0000-0002-3779-1788

LAURA MACRINA GÓMEZ ESPINOZA
Universidad Pedagógica Nacional, Unidad Azcapotzalco
Ciudad de México, México
lmacrina@yahoo.com
ORCID: 0000-0001-8262-0489

Resumen

Este artículo examina críticamente la disparidad nuclear entre la Historia como materia enseñada y como disciplina científica de investigación. Se concentra en las diferentes prácticas docentes aplicadas en la enseñanza de la Historia, y cómo estas prácticas promueven —o no— un aprendizaje basado en la construcción de un pensamiento crítico, reflexivo y empático del pasado y del presente. El objetivo es proponer una serie de directrices para la práctica docente y las formas de evaluación del conocimiento histórico, orientadas a favorecer el desarrollo del pensamiento crítico-reflexivo a partir del análisis previo de las condiciones educativas e históricas que han producido la mencionada discrepancia entre el paradigma tradicional de la Historia y un enfoque crítico-reflexivo de la Historia como conocimiento que fomenta el desarrollo de una conciencia de la temporalidad y las relaciones humanas a lo largo del tiempo mediante el uso de la imaginación, la narración, la explicación causal y la interpretación de fuentes históricas. La discusión teórica de la conciencia y el pensamiento histórico como parte fundamental de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Historia, así como las diferentes experiencias de los estudiantes y docentes estudiados en investigaciones adjuntas al proyecto general, permitieron generar las directrices propuestas.

Palabras clave: Enseñanza de la historia, prácticas docentes, experiencias de aprendizaje, conciencia histórica, pensamiento histórico.

Abstract

This article critically examines the nuclear disparity between History as a taught subject and History as a scientific research discipline. It focuses on the different teaching practices applied in the teaching of History, and how these practices promote —or not— learning based on the construction of critical, reflective, and empathetic thinking about the past and the present. The goal is to propose a set of guidelines for teaching practices and methods of evaluating historical knowledge, aimed at fostering the development of critical-reflective thinking, based on a prior analysis of the educational and historical conditions that have caused the mentioned discrepancy between the traditional paradigm of History and a critical-reflective approach to History as a field of knowledge. This approach promotes the development of an awareness of temporality and human relationships over time through the use of imagination, narration, causal explanation, and the interpretation of historical sources. The theoretical discussion of historical awareness and thinking as a fundamental part of the teaching and learning processes of History, as well as the different experiences of History students and their teachers studied in research attached to the general project, allowed for the generation of the guidelines proposed in this article.

Keywords: History teaching, teaching practices, learning experiences, historical conscience, historical thought.

1. Introducción

Es innegable que la educación a lo largo de su historia ha pasado por diversas crisis que han favorecido el surgimiento de diferentes modelos educativos. Las demandas a los sistemas pedagógicos en el siglo XXI señalan que se requiere la formación de individuos libres, reflexivos, críticos y democráticos, a fin de que puedan afrontar los problemas de las sociedades actuales. Por ello es necesario voltear la mirada a las prácticas educativas de las distintas disciplinas desde los primeros años de escolarización hasta los niveles superiores, valorando su pertinencia y transformando aquellas que no aporten a la atención de las demandas contemporáneas.

Particularmente, en este artículo interesa centrarse en la Historia, que como disciplina enseñada ha estado tradicionalmente fundada en la retención y repetición de información. Dichas prácticas promueven en los estudiantes la configuración de una imagen negativa, en tanto la conciben como una materia que requiere buena memoria sin implicar mayor desafío y/o involucramiento (Barca, 2011; Barton, 2010; Gómez y Miralles, 2015). De acuerdo con Álvarez (2020), a los estudiantes se les dificulta reconocer a la Historia como una ciencia social y, en cambio, la conciben como un saber irrelevante consistente en memorizar fechas, personajes, hechos y lugares, para únicamente aprobar exámenes que exigen tal conocimiento aislado, lejano y fijado.

Las prácticas de la enseñanza de la Historia y la noción del conocimiento histórico como un saber ya dado destinado a su memorización se han ido transformando en las últimas décadas del siglo XX y las primeras del XXI. Por ejemplo, Prats y Santacana (2011) señalan las siguientes funciones de la Historia:

- Patriótica y cívica en individuos y colectividades.
- Propagandística sobre regímenes políticos o sociales.
- Ética y moral que consiste en establecer sistemas ideológicos.
- Para el ocio cultural.
- Para la creación de conocimiento científico en el análisis social.

Considerando dichas funciones, se advierte una concepción del conocimiento histórico como un compuesto de ideas e interpretaciones en construcción continua y con aplicación social determinada. Ello conlleva a reflexionar sobre las formas de la enseñanza de la Historia y a desarrollar directrices que permitan la generación de un conocimiento histórico situado, cercano y apropiado por los estudiantes.

Cabe destacar que esta propuesta se encuentra fundamentada en el proyecto de investigación "Las prácticas de enseñanza en las clases de Historia y su sentido formativo: el caso de docentes y estudiantes de nivel medio superior", realizado por Arreola, Gómez y Jiménez (2023), mismo que se orientó a la examinación de la mirada estudiantil en torno a sus experiencias de aprendizaje tradicionales previas y las nuevas experiencias desde un enfoque activo, analítico y razonado; a su vez, se examinaron las acciones pedagógicas emprendidas por los docentes a cargo (Gómez, Arreola y Jiménez, 2024). En dichos estudios se concluyó que, aún hoy en día, existe la apremiante necesidad de transitar de un paradigma tradicional a uno crítico-reflexivo, en donde los docentes asuman el rol mediador de un aprendizaje significativo para sus alumnos, y que así se pueda valorar la utilidad de la Historia en la vida cotidiana.

Desde esta mirada, resulta fundamental incorporar propuestas didácticas, lúdicas, activas, interactivas, divertidas y prácticas que posibiliten el desarrollo de aprendizajes significativos, capacidad crítica, comunicación verbal, razonamiento, ubicación espacio-temporal y destreza cognitiva para analizar e interpretar fuentes históricas (Cortes, Daza y Castañeda, 2019; Madariaga y Schaffernicht, 2013; López, Miralles, Prats y Gómez, 2017; Meneses, González-Monfort y Santisteban, 2019; Sánchez y Colomer, 2018).

El cambio de paradigma en la enseñanza implica también un cambio en las prácticas evaluativas, ya que a decir de Gómez y Miralles (2015) prevalece una evaluación más centrada en el objeto de conocimiento que en el sujeto que conoce, lo cual ha llevado a la desestimación de procesos y habilidades cognitivas que la disciplina debería formar. Las prácticas de evaluación generalmente se reducen a exámenes escritos cerrados y memorísticos que poco ayudan a consolidar de manera intencionada el pensamiento crítico. Sobre esto, Rodríguez y López (2009) señalan que la "alfabetización histórica" debe perseguir el desarrollo constante en los estudiantes de herramientas específicas como la resolución de problemas mediante la búsqueda y evaluación de evidencias, construcción de argumentaciones críticas, la evaluación de la credibilidad de discursos textuales, pictóricos y orales a través de su contextualización y análisis.

2. Desarrollo

La educación, entendida como la formación destinada a desarrollar la capacidad intelectual, moral, emocional y actitudinal de las personas, ha sido históricamente uno de los pilares fundamentales de las sociedades. En el caso específico de la asignatura de Historia, llama la atención que se tenga una amplia disparidad en lo que se entiende de la misma por parte del profesorado y lo que se realiza en la práctica dentro de las aulas, lo que lleva al alumnado a generar una idea de dicha materia como cansina, insípida y poco provechosa.

Ya desde los años ochenta, Pereyra (1980) mencionó que el conocimiento histórico consta tanto de legitimidad teórica como de utilidad social. Dicho conocimiento, entonces, en lugar de ser un compendio de datos estáticos y memorizables, es la capacidad de cuestionar el pasado y el presente a través de procedimientos heurísticos y hermenéuticos. Es decir, se trata de analizar de forma crítica los problemas de sociedades de otros tiempos, así como de temáticas controversiales y vigentes, por medio del trabajo con fuentes históricas para poder producir narrativas bien argumentadas sobre la causalidad histórica y la relacionalidad entre individuos y colectividades en tiempos y espacios determinados (Coudannes, 2014).

En ese sentido, se analiza la enseñanza de la Historia para comprender qué sucede dentro de los salones de clase para que se conforme una idea sobre el conocimiento histórico como irrelevante e inservible, cuando este mismo se ha construido a lo largo de los años como un conocimiento que exige una toma de conciencia crítica e indispensable para una mejor comprensión, no solo del pasado, sino de la humanidad, pues los acontecimientos históricos son hechos sociales, políticos y psicológicos (Bloch, 1943).

Es necesario mencionar que el discurso histórico no se ha enseñado siempre de la misma forma ni con los mismos mecanismos y objetivos. López y Villegas (2016) explican que fue principalmente en el siglo XIX cuando se alcanzó una profesionalización de la Historia, que coincidió con la culminación de un largo proceso de configuración del Estado-nación moderno en el mundo occidental. En esos momentos, los gobiernos de distintos países amoldaron la enseñanza del conocimiento histórico desde aulas, archivos, bibliotecas y museos para fortalecer sentimientos patrióticos y propagandísticos de identidad nacional.

Conforme las sociedades se transformaron a lo largo del siglo XX, especialmente tras los dos confrontamientos bélicos mundiales y los movimientos de liberación y justicia social a finales de los años sesenta, las ciencias sociales y las disciplinas humanísticas se vieron inmersas en un movimiento de deconstrucción y reconfiguración denominado como posmodernidad, el cual promovía el cuestionamiento, la diversidad de interpretaciones, el antidualismo y la superación de dicotomías, la desestimación de la verdad única y la atención al lenguaje como constructor de realidades (Lyotard, 1987; Baudrillard, Habermas y Said, 2000). No obstante, las evidencias parecen indicar que dicho cambio cognitivo y epistemológico sobre el conocimiento histórico no ha terminado por llegar a las aulas, pues en muchos casos la enseñanza de la Historia sigue privilegiando la memorización sobre el cuestionamiento, ideas dicotómicas y simplistas por encima del antidualismo y la complejidad, los grandes héroes nacionales sobre los grupos sociales subalternos, etc.

Frecuentemente, la enseñanza de la Historia se ha dado bajo un modelo tradicional y enciclopédico, centrándose en el aprendizaje memorístico de un relato lineal; de ahí la necesidad de generar una propuesta alternativa basada en el reconocimiento de que somos individuos que vivimos en un mundo que tiene historicidad y en la comprensión de nuestro lugar en el mundo. La enseñanza de la Historia debe contribuir y aspirar a desarrollar valores y actitudes que promuevan una ciudadanía consciente que trabaje por el bien común, para ello será importante corregir "errores cognitivos" en la mayoría de los estudiantes, los cuales consisten en manifestar un pensamiento pesimista del pasado y abstraerlo a las realidades del presente; por ejemplo, al considerar que todo gobierno y sus gobernantes han sido históricamente corruptos deviene un sentimiento de impotencia y desinterés sostenido en la idea de que nada puede cambiar o mejorar. De allí, se infiere, el desinterés por la Historia como discurso del pasado y como disciplina que pueda transformar el presente (Domínguez, 2015). Es decir, se piensa que el conocimiento de la realidad de ayer no va a cambiar la situación de hoy. Ello hace más vigente la necesidad de modificar dicha visión pesimista y evitar el avance del desinterés y la apatía, a través de la construcción de un pensamiento crítico, reflexivo y empático del pasado y del presente.

En ese sentido y a partir del estudio realizado por Arreola, Gómez y Jiménez (2023), se ha corroborado que a la mayoría de los estudiantes de Historia les interesa saber sobre hechos cotidianos que pasaron precedentemente, imaginar que vuelven al pasado para entender mejor las actividades humanas del presente, conocer la evolución o desarrollo de las ideologías y cómo estas han ido cambiando las formas en que se daban las relaciones sociales entre distintos grupos humanos que les puedan ayudar a comprender sus relaciones actuales. En este sentido, pensar históricamente consiste en desarrollar una conciencia de la temporalidad y de las relaciones humanas a lo largo del tiempo a través del uso de la imaginación, la narración, la explicación causal y la interpretación de fuentes históricas (Gómez y Miralles, 2015).

Otro resultado obtenido de la investigación de Arreola, Gómez y Jiménez (2023) con estudiantes de nivel medio superior, fue el hecho de que prefieren que sus clases de Historia sean divertidas, entretenidas, con numeroso material visual, ver y tocar si es posible documentos o fuentes primarias, relacionar sucesos de manera sincrónica y diacrónica, así como entender sus causas y consecuencias. Y, por el contrario, lo que menos les apetece es memorizar fechas y nombres de personajes hieráticos concebidos a manera de héroes nacionales que poco dicen de la compleja y dinámica naturaleza de los seres humanos y con quienes no sienten identificación alguna. Tampoco son de su agrado los dictados o los resúmenes que anulan el cuestionamiento del pasado y el presente en favor de una absorción de datos duros poco significativos.

En cuanto a los resultados obtenidos por Gómez, Arreola y Jiménez (2024) en su estudio con docentes de Historia, los hallazgos muestran que mantienen una congruencia entre su intencionalidad educativa, objetivos, prácticas y significado de ser docente de Historia, en donde adoptan un enfoque crítico-reflexivo. Asimismo, muestran interés por la formación de los estudiantes y consideran el componente emocional en sus clases, intentando innovar la enseñanza y así romper con las prácticas tradicionales.

Solamente teniendo en consideración los aspectos antes señalados se podrá cumplir con la función formativa esencial de la Historia y reconocer que muchas problemáticas actuales tienen un proceso histórico, posibilitando visibilizarlas de manera más clara y optar por mejores resoluciones. Por lo tanto, de acuerdo con Sánchez (2000), la conciencia histórica es necesaria para crear responsabilidad social y saber que se tiene libertad para ejercerla.

A raíz de dicha problemática, a continuación se propone una serie de directrices que encaminan la práctica docente y las formas de evaluación del conocimiento histórico a un escenario que se acerque no solo al interés demandado por el alumnado interrogado, sino al núcleo de lo que el claustro de historiadores ha señalado como la legitimidad y utilidad del pensamiento histórico, que recae en la manifiesta búsqueda de una mejor convivencia entre seres humanos a través del uso de la razón crítica, de la emoción empática y de las actitudes éticas.

3. Directrices para la enseñanza y el aprendizaje de la Historia

Los hallazgos de Arreola, Gómez y Jiménez (2023) y Gómez, Arreola y Jiménez (2024) —estudios antecedentes que forman parte del mismo proyecto de investigación—, juntamente con los referentes teóricos citados en el presente artículo, permiten proponer una serie de directrices que buscan orientar las prácticas educativas, a fin de transformar aquellas que no aporten a las demandas actuales. Cabe mencionar que esta propuesta se sustenta en la concepción constructivista, en la que se integran las aportaciones de autores cognoscitivistas como Piaget, Ausubel, Vigotsky y Bruner y en la que se entiende el aprendizaje como una construcción del conocimiento basada en principios sustantivos como la recuperación de aprendizajes previos, la vinculación con la vida cotidiana, la promoción de la significatividad de lo que se aprende y la motivación del estudiante, la problematización y cuestionamiento, la investigación e indagación de información por parte del estudiante, la organización significativa de los aprendizajes, el establecimiento de relaciones de utilidad, la aplicación y consolidación del aprendizaje y el aprendizaje socializado, en donde la construcción del conocimiento implica el triángulo interactivo entre la actividad mental constructiva del estudiante, los contenidos escolares y el papel mediador del docente, asumiendo un enfoque crítico-reflexivo. Desde esta perspectiva se consideran como sujetos activos tanto al profesor como al estudiante, por lo que se recuperan las metodologías activas y los planteamientos de la enseñanza situada.

El diseño de cualquier programa de formación habrá de tener en cuenta a ambos protagonistas, el docente y el estudiante. Argüello (2017) ha indicado que la enseñanza de la Historia abarca tanto aspectos teóricos y didácticos, como sociopolíticos, éticos e ideológicos, por lo que las siguientes directrices estarán orientadas hacia todos estos elementos, considerando ambos procesos: la enseñanza y el aprendizaje. Ello, en el entendido de que estas directrices están dirigidas a los y las docentes, a fin de mejorar estos procesos teniendo en cuenta las características y necesidades del estudiantado.

4. Directrices para robustecer el desempeño de los propios docentes

Los siguientes sub-apartados analizan las diez directrices propuestas para robustecer el desempeño de los docentes.

4.1 Conocimiento y reflexión sobre el sistema educativo mexicano

Un elemento enriquecedor de cualquier práctica docente en general, y la enseñanza de la Historia en particular, es tomar conciencia de la manera en que la educación está diseñada desde el aspecto público como el privado. Esto incluye el conocimiento del discurso de los libros de texto gratuitos, la estructura, problemática y proyección educativa en los diversos modelos educativos nacionales, el papel que desempeñan las propias instituciones escolares, el profesorado y los estudiantes, etc. Esto con el objetivo de tener una toma de decisión contextualizada y argumentada sobre el estilo de enseñanza de la Historia que se quiere o requiere llevar a cabo. El no considerar esta directriz implica una alta probabilidad de que no se cumpla el perfil de formación, las metas e intenciones educativas del respectivo sistema de educación, así como una escasa claridad en cuanto a la metodología didáctica que habrá de seguir.

En ese sentido, consideramos que resulta provechoso para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Historia que los y las docentes partan desde una postura política reflexionada y argumentada sobre lo que significa la Historia y su enseñanza para el sistema educativo en cuestión, para luego llevar a cabo la asignatura misma, pues de esa manera, desde su propio ejemplo se podrá motivar al estudiantado a tomar también una postura frente a los temas discutidos en clase, asumiendo así un rol activo y una visión de la Historia como disciplina aplicable y útil para la realidad que viven. Es decir, si el o la docente de Historia muestra en sí mismo o en sí misma un trabajo de reflexión y una actitud de compromiso social.

4.2 Comprensión y valoración de la enseñanza y de la Historia

Uno de los problemas más habituales dentro del campo de la impartición de la asignatura de Historia es que comúnmente se dicta por académicos formados en Historia y no en Pedagogía. Si bien este es un factor que no está presente en todos los países ni en todos los sistemas educativos, es relevante anotarlo pues, más allá que no implica una imposibilidad, sí constituye un área de oportunidad en la que las prácticas didácticas y las actividades dinámicas deben de asimilarse con la misma relevancia que el propio contenido de la materia.

En ese sentido, se tiene que reconocer a la enseñanza de la Historia como campo de investigación propio, que se forma con los pensamientos pedagógico e historiográfico. Es decir, tanto la investigación histórica como la Historia enseñada deben ser focos de atención para la y el docente, pues, por ejemplo, se deben escoger las estrategias de enseñanza específicas dependiendo de las diferentes modalidades educativas, los recursos y materiales didácticos, el clima en el aula, las características del estudiantado y la interacción que surja.

4.3 Deliberación sobre los fines educativos y formativos del curso

Al impartir cualquier materia, se deben tener claros desde el principio los objetivos a cumplir una vez terminado el curso, tanto por parte del docente como por los y las estudiantes. Esto permitirá un mejor trazado de actividades a realizar, de los temas que se abordarán y de los recursos de evaluación que se emplearán. Sobre la materia en cuestión y desde el enfoque crítico-reflexivo se debe sobre todo buscar que el alumnado desarrolle habilidades de argumentación, reflexión y crítica, conocimientos sobre las sociedades del pasado y actitudes que favorezcan un sentimiento de identidad libre y respetuosa con las diferencias a través del desarrollo de la empatía histórica.

Dicho lo anterior, consideramos pertinente y conveniente integrar al estudiantado a la reflexión y configuración de los objetivos del curso, pues si bien existe un plan de estudios y un temario institucional establecido para seguir a lo largo del desarrollo del curso, permitir flexibilidad y abrir un espacio de aportación de propuestas de temas o problemas que sean interesantes para los y las estudiantes promoverá no solo mayor interés en la materia, sino también su participación activa y propositiva. Asegurar el cumplimiento de esta directriz contribuye al logro de la aspiración de los países de formar ciudadanos con valores para la identidad nacional y la convivencia armónica.

4.4 Intención educativa orientada al desarrollo de una conciencia histórica

Este punto supone alentar el desarrollo de la noción de que todo presente tiene su origen en el pasado, es decir, la certeza de que las sociedades no son estáticas, sino que están sujetas a transformaciones, las cuales constituyen las condiciones del presente. Asimismo, se busca incentivar en los y las estudiantes la idea de que cada individuo tiene un papel en ese proceso de transformación social, lo que encaminaría una responsabilización política y social de las problemáticas presentes que aquejan a la sociedad contemporánea. Desde una perspectiva de la enseñanza de corte experiencial, este planteamiento "descansa en la premisa de que si se consigue que la experiencia escolarizada se relacione más con la experiencia significativa de los estudiantes y resulte menos artificial, los estudiantes se desarrollarán más y llegarán a ser mejores ciudadanos" (Díaz-Barriga, 2006, p. 3).

4.5 Complementación de la teoría y de la práctica

A pesar de que la imaginación enriquece sobremanera las actividades dentro del salón de clases, se recomienda que los y las estudiantes de Historia tengan la oportunidad de ver, tocar e interactuar con vestigios del ayer. Para ello, se considera de vital importancia la posibilidad de planificar visitas a museos y las actividades de investigación sobre el terreno de un acontecimiento histórico o con objetos que han quedado del pasado y que han sido resguardados. Es relevante subrayar que dichas visitas y el trabajo con restos patrimoniales deben tener una organización adecuada y un itinerario claro para el alumnado; de no ser viable realizarlos, se recomienda buscar la manera de traer al aula esos recorridos e interacción con los objetos y vestigios del pasado con ayuda de las nuevas tecnologías. Por ejemplo, hoy en día, especialmente tras las dificultades y desafíos surgidos por el COVID-19, numerosas instituciones y museos cuentan con recorridos virtuales que posibilitan un acercamiento atractivo a espacios y objetos del pasado. Desarrollar esta actividad en el aula con los y las estudiantes, de manera colectiva o individual, acompañados de preguntas concretas sobre los vestigios observados en 360°, con posibilidad de acercamiento y detenimiento en los distintos objetos, promoverá la oportunidad de configurar una imagen más detallada de los conocimientos adquiridos en el curso, así como de plantear nuevas preguntas a partir de lo que observan y descubren.

4.6 Enfoque centrado en la problematización de contenidos

Es fundamental favorecer el análisis crítico-reflexivo en los estudiantes, introducir constantemente cuestionamientos y preguntas detonadoras que les permitan entrar en conflicto cognitivo, así como la reflexión y vinculación con su contexto, poniendo como centro de atención la aplicación de la Historia como una forma de explicación y comprensión de la realidad. Priorizar la reflexión, análisis, síntesis y participación activa del estudiantado sobre la exposición docente. En ese sentido, “la cuestión clave no reside en si el aprendizaje escolar debe conceder prioridad a los contenidos o a los procesos sino en asegurarse que sea significativo” (Coll, 1997, p. 35).

Dicho de manera sucinta, no se trata de impartir o brindar información ya dada e incuestionable, sino de presentar una situación generativa de debate y cuestionamiento; en el caso de la asignatura de Historia, por ejemplo, se trataría de ofrecer varios relatos sobre un mismo evento del pasado que se opongan o contrasten, invitando a la reflexión de ellos, su comparación y su crítica analítica por parte del alumnado.

4.7 Transición del tema al problema

De la mano con la directriz anterior, aquí se trata de presentar el significado del pasado y su conocimiento como una realidad no estática y no dada, sino en construcción continua a partir de interrogantes de investigación. En este contexto entra en juego el concepto de relevancia histórica, que implica la capacidad de interrogarnos sobre qué y quién del pasado vale la pena ser recordado y estudiado de acuerdo con distintos discursos y posturas ideológicas y políticas.

Es decir, no solo se trata de poner atención en los "silencios" de las fuentes históricas, sino también en vislumbrar y discernir cómo esos silencios han afectado a las sociedades contemporáneas. Y, tras dicho análisis, incentivar que el alumnado proponga posibles soluciones a tales problemas históricos. De acuerdo con Díaz-Barriga (2006, p. 32), "[s]i bien se destaca la dimensión social del conocimiento y se realizan actividades propositivas y de relevancia para la comunidad, al mismo tiempo se apela a un abordaje sistemático de solución de problemas".

4.8 Impartición de una exposición que no anule la participación

Se recomienda que la o el docente a cargo de la materia utilice el recurso comunicativo de la exposición explicativa si así es requerido por el tema en cuestión, no obstante, se encomienda la constante invitación y motivación de la participación de los y las estudiantes, por medio de la realización frecuente de preguntas que inviten al debate y la reflexión tanto individual como colectiva. Algunos ejemplos de preguntas que pueden ser útiles para propiciar la participación activa de los y las estudiantes son los siguientes: ¿qué pruebas sustentan esta versión de la Historia?, ¿cuántas versiones existen?, ¿cuál es más popular y por qué?, ¿no hay pruebas que contradigan esa versión?, ¿cómo ha afectado al mundo, al país o a la sociedad esa versión de la Historia?, ¿qué tiene que ver ese pasado lejano y remoto con el presente?, ¿qué tipo de evidencia necesitaría buscar y analizar para comprender un problema en específico?, etc. Cabe señalar que una estrategia que puede proporcionar una mejor respuesta a los cuestionamientos planteados es que las preguntas estén orientadas o contengan elementos de la cultura popular en boga entre los y las estudiantes. Para ello, es importante y necesario acercarnos y conocer los temas de interés del alumnado, convenientemente desde el inicio del curso, a través de actividades que permitan conocer sus intereses y necesidades, así como sus gustos y pasatiempos.

4.9 Promoción de la motivación en los estudiantes

Es importante monitorear de manera permanente el interés y comportamiento de los estudiantes hacia la asignatura, con el fin de evitar que experiencias previas, o bien las acciones pedagógicas emprendidas en el estudio de la disciplina, propicien actitudes negativas o de apatía hacia la misma. Se recomienda el uso de metodologías activas que promuevan la participación constante de las y los alumnos, entendidas estas como:

> aquellas que parten de los intereses del alumno, le permiten participar en actividades que le posibilitan intercambiar experiencias, involucran procesos de reflexión, lo ponen en contacto con su entorno y lo preparan para la vida, favoreciendo el desarrollo de la autonomía, el trabajo colaborativo y el pensamiento crítico; en síntesis, el rol del estudiante es activo (Arreola, 2012, p. 123).

Asimismo, el uso de actividades lúdicas, recreativas y de diseño por parte del estudiantado, mostrando la relación del proceso abordado con el presente y con su propia vida y entorno.

4.10 Evaluación del aprendizaje de la Historia

Frecuentemente se ha recurrido al uso de exámenes, sin embargo, estos deben estar en congruencia con los puntos anteriores, a fin de trascender la memorización y valorar la comprensión de los hechos históricos, así como su contribución al posicionamiento personal del estudiante a partir del desarrollo de su conciencia histórica. Díaz-Barriga (2006, p. 123) señala que “la aproximación constructivista plantea que no debe haber una ruptura ni un desfase entre los episodios de enseñanza y los de evaluación”. En este sentido, los procedimientos de evaluación empleados se corresponden con las acciones educativas y las formas en que se motiva a los estudiantes para involucrarlos activamente en la clase.

Por otra parte, es recomendable incorporar otros registros de evaluación como pueden ser ensayos, proyectos parciales y actividades dentro de la clase y extraclase, guiados por pautas relacionadas con el ejercicio crítico y reflexivo del alumnado, más allá de la cantidad o la precisión.

5. Directrices docentes para aplicar con estudiantes

Este apartado discute ocho directrices docentes para aplicar con estudiantes.

5.1 Estimulación de habilidades hermenéuticas

Es fundamental hacer notar la importancia y uso de la creación de narrativas en tanto son organizadoras cognitivas del pensamiento y de la realidad para el estudiantado. Por esto, se debe buscar que se desarrolle la capacidad para comunicar verbalmente, de forma oral o escrita, relatos o explicaciones argumentadas sobre el pasado, construidas de forma racional utilizando relaciones causales basadas en pruebas o evidencias históricas.

Esta habilidad conjuga la relación entre una correcta argumentación, la capacidad de plantear causas y consecuencias, así como la comprensión de los cambios y permanencias de un proceso histórico desde una perspectiva multifactorial. Del mismo modo, evidencia ante los ojos del alumnado la necesidad de cuestionar y mantener posturas críticas ante otras narrativas y otros discursos orales, escritos y pictográficos. Así, para Luis López (2013, p. 99), "la educación, desde la hermenéutica, es una instancia religadora, que al propiciar la libre comunicación, facilita a las personas un ámbito de vida en donde pueden asociarse entre sí por la comprensión mutua de sus estructuras de entendimiento".

5.2 Apelación al debate y al cuestionamiento

Dentro de la enseñanza de la Historia, el debate y análisis de casos se considera como una destreza de investigación que tiene como finalidad colocar a los y las estudiantes en situaciones de reflexión, cuestionamiento, crítica y acción mediante el desarrollo de conceptos, procedimientos, argumentaciones explicativas y actitudes empáticas. Gracias a esto, el debate permite construir un pensamiento histórico en el alumnado, pues les ayuda a indagar en las proposiciones que enuncian y a defender sus puntos de vista con criterios racionales y pertinentes. Para estos fines, los casos deben ofrecer "problemas reales de manera que los estudiantes experimenten la complejidad, ambigüedad, incertidumbre y falta de certeza que experimentaron los participantes originales" (Díaz-Barriga, 2006, p. 77).

5.3 Implementación de actividades que promuevan la imaginación histórica

Conocida es la analogía que simula la labor de los historiadores con aquella correspondiente a los detectives policiacos, pues ambos coinciden en ciertos procedimientos de búsqueda de evidencias, relación de hechos y reconstrucción de eventos del pasado. En ese sentido, se recomienda que, en determinadas actividades, se ambiente el aula con la escena imaginaria junto con determinadas pistas bien distribuidas, para que los y las estudiantes puedan experimentar, a través del uso de su imaginación, un proceso de heurística y hermenéutica.

Otra actividad que fortalece la imaginación histórica es el ejercicio del viaje en el tiempo por parte del alumnado, en el que se recomienda permitir que escojan libremente un momento histórico específico de su preferencia y que señalen qué modificaciones harían y qué consecuencias tendrían. Asimismo, la creación de entrevistas hipotéticas a personajes del pasado o la elaboración de una novela histórica favorecen en gran medida el desarrollo de la imaginación y el interés por la Historia.

5.4 Acercamiento e identificación con personajes del pasado

De acuerdo con Arreola, Gómez y Jiménez (2023), se puede constatar que los temas concernientes a lugares, personas y situaciones que les parecen tanto lejanos como ajenos, son aburridos e intrascendentes para los estudiantes. Sin embargo, aquellas temáticas que se relacionan con espacios, individuos o colectivos y contextos que les resultan familiares o con los que se pueden identificar les parecen más interesantes y relevantes. En este sentido, se sugieren las siguientes actividades que inciten dichas sensaciones positivas, a saber: la elaboración de biografías de personajes históricos que escojan los propios estudiantes, realización de un trazado a la manera de árbol genealógico que les permita narrar su historia personal, la relación de condiciones de vida y formas de pensar que sean iguales u opuestas a las de los estudiantes, entre otras.

5.5 Configuración de un “laboratorio histórico”

La enseñanza de la Historia suele ser concebida como una práctica teórica, pues en varias ocasiones se ha entendido, de forma errónea, que el pasado es el objeto de estudio de la Historia. Por el contrario, su objeto de estudio se encuentra en las evidencias disponibles en el presente, es decir, aquellos documentos o vestigios que quedan del pasado. En ese sentido y entendiendo dicha cuestión, ese pasado inaccesible más que por pura imaginación y aproximaciones teóricas pasa a ser asequible a través del análisis de fuentes primarias y secundarias. Bajo este criterio, el alumnado debe ser animado a trabajar con esos materiales, leerlos, datarlos, contextualizarlos, examinarlos, cuestionarlos, etc. De esa manera, no solo se estaría brindando un conocimiento sobre el pasado, sino que se desarrollarían los siguientes procesos heurísticos: corroboración, documentación y contextualización. Así, queda más claro el reconocimiento de la Historia como una disciplina que permite estudiarla a partir de evidencias.

5.6 Ejecución de un proyecto de investigación por parte del alumnado

Esta actividad ofrece la posibilidad al alumnado de simular el trabajo del historiador, debido a que permite indagar sobre un tema histórico específico a partir del análisis de documentos y del trabajo con distintos tipos de recursos como cuentos y textos literarios tradicionales de un pasado antiguo. Para esto, será necesario que el docente a cargo de la materia otorgue una guía de análisis de textos u otras fuentes históricas, en la que sugiera preguntas clave a los y las estudiantes para que puedan aproximarse a los documentos de una manera más despejada de dudas. Conviene que entre esas preguntas clave se incluya una indagación por el autor o la autora de la obra, su contexto de elaboración, la posible audiencia, sucesos históricos relacionados, aspectos de forma y contenido de la obra, sobre las ideas principales, los símbolos y significados, etc. Díaz-Barriga (2006, p. 30) menciona que “el aprendizaje por medio de proyectos es un aprendizaje eminentemente experiencial, pues se aprende al hacer y al reflexionar sobre lo que se hace en contextos de prácticas situadas y auténticas”.

5.7 Utilización de juegos y dinámicas que favorezcan una actitud activa e interesada

No solo en las clases de Historia, sino en cualquier materia, es indispensable que se rompa con la rutina del estudio y se acuda a dinámicas divertidas y entretenidas para los y las estudiantes. Estos momentos didácticos no solo propician mayor interés, sino que conminan a una mayor participación por parte del alumnado. Se sugieren juegos de palabras como crucigramas o sopas de letras para atender conceptos importantes dentro de las distintas temáticas de la Historia. También se proponen concursos, juegos de preguntas sobre diversos temas de cultura, acertijos o puzles, etc. Por otro lado, las actividades de escenificación basadas en eventos o sucesos históricos también son recomendables pues ayudan al estudiantado a aprender de manera experimental y divertida. Los resultados de Paredes (2020) evidencian que las actividades lúdicas contribuyen de manera efectiva en el mejoramiento académico y comportamental de los estudiantes.

5.8 Promoción de la creación de material didáctico por parte de los y las estudiantes

Una de las maneras para evaluar si el conocimiento ha sido adquirido por el estudiantado es pedirles que por sí mismos elaboren algún material didáctico, como juegos interactivos, ejercicios dinámicos, periódicos murales, diseño de un muestrario de monedas, recreación de relaciones económicas y sociopolíticas del pasado, ilustración de líneas del tiempo, videos, cómics, calendarios, plataformas digitales, etc. Esto no solo demuestra la aprehensión de cierto conocimiento sobre el pasado, sino que fomenta la apropiación y el aprendizaje significativo por parte de los y las estudiantes.

Las directrices antes expuestas fueron ordenadas en función de lo que se consideró la secuencia pertinente; es deseable que se cumpla con todas ellas si lo que se busca es favorecer el desarrollo de un enfoque crítico-reflexivo de la enseñanza y el aprendizaje de la Historia con la respectiva formación del estudiantado, sin embargo, cabe señalar que la adopción de solo algunas de estas o el ajuste de secuencia no tiene implicaciones desfavorables, ya que su incorporación en la práctica docente puede hacerse de forma paulatina y creciente. El simple hecho de considerarlas en la práctica educativa nos acerca al cambio de paradigma, dejando atrás las prácticas tradicionales, lo cual constituye en sí mismo un avance.

Es importante mencionar que las directrices son susceptibles de aplicarse en cualquier contexto y nivel educativo, pues no exigen materiales costosos y basta con acudir a los recursos con los que se cuenten; asimismo, el planteamiento general de las directrices permite la adecuación, por parte del docente, a las características del estudiantado y del contexto.

6. Conclusiones

En primera instancia es importante enfatizar que para mejorar las prácticas docentes de la asignatura de Historia se deben tomar en cuenta las experiencias vividas dentro del aula por parte tanto de los estudiantes como de los docentes, de allí la importante y fundamental labor de estudios basados en entrevistas, testimonios y análisis de narrativas que dieron sustento a este trabajo.

En segundo lugar, se concluye que a pesar de que el paradigma tradicional y enciclopédico de la enseñanza de la Historia ha tenido cabida en numerosas aulas, cada vez más el profesorado busca orientar sus estilos de enseñanza hacia dinámicas que busquen fortalecer habilidades heurísticas y capacidades hermenéuticas en lugar de la simple memorización de datos inamovibles. Bajo ese orden de ideas, es sustancial indicar que la mayoría de los docentes entrevistados (Gómez, Arreola y Jiménez, 2024) remarcaron su interés por generar en su alumnado un pensamiento histórico que privilegia el cuestionamiento, el debate, la crítica, el análisis de evidencias y la argumentación razonada. Por otra parte, a través de las entrevistas realizadas al estudiantado (Arreola, Gómez y Jiménez, 2023) se pudo comprobar que las prácticas docentes que privilegian los conocimientos y habilidades anteriormente mencionadas son aquellas que les permiten revalorizar la Historia como un conocimiento útil, relevante y entretenido que les hace reflexionar sobre sí mismos y su entorno.

No obstante, es importante recordar que los actores principales del escenario educativo no son solo estudiantes y docentes, pues también participan de manera muy activa agentes institucionales locales y nacionales. Por ello, concluimos que es imperante tomar conciencia de la vinculación entre los sistemas educativos propuestos desde instancias públicas y/o privadas y las problemáticas, retos o demandas sociopolíticas y culturales del momento. Es decir, así como se pretende enseñar para la vida, es necesario conocer la Historia para el presente. En este sentido, resaltamos la necesidad no solo de cambiar las prácticas de enseñanza tradicionales sino también las herramientas y formas de evaluación del conocimiento histórico, las cuales deberán focalizarse en habilidades de argumentación, análisis y crítica de la información pasada y presente.

Bajo este orden de ideas, se entiende que al tomar en cuenta las condiciones actuales del siglo XXI como lo son el auge del mundo digital, del universo del internet y de las inteligencias artificiales, se vuelve indudable la necesidad de modificar las prácticas docentes tradicionales y monográficas que en dicho escenario de la virtualidad y la cultura de la inmediatez pierden total interés y/o utilidad para las nuevas generaciones, a quienes les basta obtener cualquier dato de información a partir de un clic en alguna plataforma de la web. A raíz de esto, las prácticas docentes de enseñanza-aprendizaje deberían orientarse en favor de acciones y dinámicas actualizadas y significativas.

En ese sentido, conviene globalizar tanto la enseñanza de la Historia como los propios sistemas educativos, a través de la provechosa y adecuada utilización de las tecnologías. Por ejemplo, la búsqueda de fuentes históricas de distintos países o sociedades por medio del internet o la realización de visitas virtuales de museos, templos, iglesias, etc., de distintas latitudes y tiempos, podría ayudar a comprender de mejor manera la compleja red de interconexión entre los individuos y las sociedades. Debido a lo anterior, es pertinente mencionar que para poder acercar la información histórica a las y los estudiantes de maneras dinámicas, se propone recurrir a materiales audiovisuales, ya sea de forma virtual o presencial, por lo que se sugiere que a nivel institucional se provea de mayores recursos a las y los docentes. Por ejemplo, el hecho de poder contar con impresiones de documentos antiguos en acervos bibliotecarios, catálogos digitales de escritos, pinturas, fotografías o videos del pasado remoto y reciente, réplicas de objetos o vestigios, y medios de transporte que permitan prácticas de campo o visitas guiadas a zonas arqueológicas de distintas épocas, son cuestiones que enriquecen y favorecen el proceso de aprendizaje de la Historia en el mundo actual.

Aunado a esto, se asume desde una mirada interdisciplinaria entre la Pedagogía y la Historia que los relatos del pasado que se definen como dicotómicos, estáticos, lejanos en la cronología y lineales en su explicación, deben ser sustituidos por construcciones interrelacionadas espacial y temporalmente, que sean complejas y problematizantes. Se considera que de esta manera el alumnado en lugar de lidiar con el letargo de la memorización podrá desarrollar habilidades crítico-reflexivas al enfrentarse con problemas y preguntas que les sean interesantes, sorprendentes y cercanas a su realidad.

Por último, se enfatiza que es imprescindible estudiar las formas de enseñanza tanto como los propios contenidos que se enseñan, por lo que es imperante una colaboración interdisciplinaria entre especialistas de la Pedagogía y estudiosos de la Historia para avanzar en la mejora de la enseñanza de dicha disciplina. También advertimos que la innovación educativa no acaba en este momento ni con la conclusión de este trabajo; la innovación es continua y no se detiene, de ahí la importancia de seguir analizando y estudiando los complejos escenarios y las interesantes relaciones dentro y fuera de las aulas.

7. Referencias bibliográficas

Álvarez, H. (2020). Enseñanza de la historia en el siglo XXI: Propuestas para proponer el pensamiento histórico. *Revista de Ciencias Sociales*, *26*(2), 442-459. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7599956

Argüello, D. (2017). Pensar la enseñanza de la Historia. *El presente del pasado. Una publicación del observatorio de historia*. https://elpresentedelpasado.com/2017/02/20/pensar-la-ensenanza-de-la-historia/

Arreola, R. (2012). Metodología didáctica para el desarrollo de competencias. En Carlos, J. (coord.), *Del currículum al aula* (pp. 117-153). Graó. https://www.curriculumnacional.cl/docentes/Educacion-General/88410:Del-curriculum-al-aula

Arreola, R., Gómez, L. y Jiménez, K. (2023). Aprender historia con sentido. La perspectiva de jóvenes de bachillerato. *UCMaule, 65,* 78-101. https://doi.org/10.29035/ucmaule.65.78

Barca, I. (2011). Narrativas e consciência histórica dos jovens. *Enseñanza de las Ciencias Sociales, 10,* 22-28. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=324127610004

Barton, K. C. (2010). Investigación sobre las ideas de los estudiantes acerca de la historia. *Enseñanza de las Ciencias Sociales, 9*, 97-114. https://www.redalyc.org/pdf/3241/324127609010.pdf

Bloch, M. (1943). *Apología para la Historia o el oficio del historiador.* Fondo de Cultura Económica.

Baudrillard, J., Habermas, J. y Said, E. (2000). *La posmodernidad.* Kairós.

Coll, C. (1997). *Qué es el constructivismo.* Magisterio del Río de la Plata.

Cortes, J. E., Daza, J. y Castañeda, J. G. (2019). Relación del entorno socioeconómico con el desempeño de la comprensión lectora en universitarios. *Revista de Ciencias Sociales, 25*(4), 119-133. https://www.redalyc.org/journal/280/28062322009/

Coudannes, M. (2014). Estudios educativos sobre la conciencia histórica: temas y problemas. *Revista Internacional de Ciencias Humanas, 3*, 25-33. https://doi.org/10.37467/gka-revhuman.v3.724

Díaz-Barriga, F. (2006). *Enseñanza situada: vínculo entre escuela y vida.* McGraw Hill.

Domínguez, R. (2015). Aplicación de estrategias didácticas de la historia y la formación de valores ciudadanos. *Andamio, 2*(4), 109-124. https://revista-andamio.cl/index.php/revista/article/view/77/65

Gómez, L., Arreola, R. y Jiménez, K. (2024). Prácticas de enseñanza de la Historia y su sentido formativo. Un estudio de caso en Ciudad de México. *UCMaule, 65,* 165-191. https://doi.org/10.29035/ucmaule.67.165

Gómez, C. y Miralles, P. (2015). ¿Pensar históricamente o memorizar el pasado? La evaluación de los contenidos históricos en la educación obligatoria en España. *Revista de Estudios Sociales, 52,* 52-68. https://doi.org/10.7440/res52.2015.04

López, L. (2013). La hermenéutica y sus implicaciones en el proceso educativo. *Sophia, Colección de Filosofía de la Educación, 15*, 85-101. https://www.redalyc.org/pdf/4418/441846100003.pdf

López, R., Miralles, P., Prats, J. y Gómez, C. J. (comps.) (2017). *Enseñanza de la historia y competencias educativas*. Graó.

López, O. y Villegas, D. (2016). Discurso Científico, Profesionalización Histórica e Identidad Nacional Mexicana. *Historiografías, 11*, 33-53. https://papiro.unizar.es/ojs/index.php/historiografias/article/view/2376/2104

Lyotard, J. (1987). *La condición posmoderna*. Cátedra.

Madariaga, P. y Schaffernicht, M. (2013). Uso de objetos de aprendizaje para el desarrollo del pensamiento crítico. *Revista de Ciencias Sociales, 19*(3), 472-484. https://www.redalyc.org/pdf/280/28028572010.pdf

Meneses, B., González-Monfort, N. y Santisteban, A. (2019). La "experiencia histórica" del alumnado y la historia oral en la enseñanza. *Historia y Memoria, 20,* 309-343. https://doi.org/10.19053/20275137.n20.2020.8258

Paredes, E. (2020). *Importancia del factor lúdico en el proceso enseñanza-aprendizaje*. [Tesis]. Universidad Andina Simón Bolivar. https://repositorio.uasb.edu.ec/bitstream/10644/8119/1/T3508-MINE-Paredes-Importancia.pdf

Pereyra, C. (1980). *Historia, ¿para qué?* Fondo de Cultura Económica.

Prats, J. y Santacana, J. (2011). ¿Por qué y para qué enseñar historia? En Prats, J. (coord.), *Didáctica de la Geografía y la Historia* (pp. 13-29). Graó.

Rodríguez, M. y López, C. (2009). Estudios cognitivos sobre el conocimiento histórico: aportaciones para la enseñanza y alfabetización histórica. *Enseñanza de las Ciencias Sociales, 8,* 75-89. https://www.redalyc.org/pdf/3241/324127628009.pdf

Sánchez, A. (2000). *Reencuentro con la historia. Teoría y praxis de su enseñanza en México.* [Tesis de Doctorado]. Universidad Nacional Autónoma de México.

Sánchez, A. y Colomer, J. C. (2018). Gamificación y construcción del pensamiento histórico: desarrollo de competencias en actividades gamificadas. *CLIO. History and History Teaching, 44,* 82-93. https://doi.org/10.26754/ojs_clio/clio.2018448671